

1. Dados los siguientes polinomios, calcula las operaciones que se indican:

- $A(x) : 7x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 3x + 5$
- $B(x) : -4x^5 - 2x^4 + 5x^2 - 6$
- $C(x) : \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{8}$
- $D(x) : -2x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 2x - \frac{1}{3}$

Calcula:

- a) $A(x) + B(x) - 2 \cdot C(x)$
- b) $-3 \cdot D(x) + 5 \cdot B(x) - 2 \cdot C(x)$
- c) $C(x) \cdot [D(x) - A(x)]$
- d) $[B(x) - A(x)] - [D(x) + C(x)]$

2. Realiza las siguientes divisiones de polinomios:

- a) $(x^4 + x^3 - 4x^2 + 3x - 2) : (x + 4)$
- b) $(-7x^3 + x^5 + 35x) : (-1 + x^2)$
- c) $(5x^2 + x^5 - 7x^3 - 2x) : (x + 3)$
- d) $\left(\frac{-2}{3}x^2 + 4x - \frac{19}{6}\right) \left(-\frac{1}{5}x + \frac{3}{10} \right)$
- e) $\left(-x^2 + \frac{3}{8}x^3 + \frac{31}{24}x + \frac{25}{6}\right) \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{4} \right)$
- f) $\left(\frac{1}{3}x + \frac{11}{15} + \frac{7}{6}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + 5x^2\right) \left(\frac{5}{7}x - \frac{5}{4} \right)$
- g) $\left(-x^3 + \frac{3}{8}x^4 + \frac{31}{24}x + \frac{25}{6}\right) \left(-\frac{5}{6}x^2 - 5x + \frac{4}{3} \right)$

3. Sin hacer la división, hallar el resto en la división del polinomio $(3x^4 - 5x^3 + x^2 + 6x - 10)$ entre $(x - 2)$.
4. Hallar k para que el resto en la división del polinomio $(4x^3 + 9x^2 - kx + 7)$ entre $(x + 3)$ sea 10.
5. Hallar a y b para que al dividir el polinomio $P(x) = 2x^5 - 3x^4 - 31x^3 + ax^2 + bx + 30$ se divisible por $x+1$ y por $x - 1$. Calcula las raíces del polinomio.
Rta: $a=-27$ y $b=29$; Raíces: $-2, -\frac{3}{2}, -1, 1, 5$
6. Hallar a y b para que al dividir el polinomio $(2x^4 - 5x^3 + ax^2 + bx - 6)$ entre $x+1$ dé resto 15 y al dividirlo entre $x - 3$ dé resto 3.
7. Probar que $x - 2$ es factor del polinomio $(2x^3 - 9x^2 + 14x - 8)$.
8. Hallar k para que $x - k$ sea factor del polinomio $(2x^3 - 13x^2 + 6x)$.
9. Hallar a y b para que $(x^2 - 4)$ sea factor del polinomio $(x^3 - 3x^2 + ax + b)$.
10. Hallar todos los ceros racionales de $P(x) = 6x^3 + 13x^2 - 4$.
11. Hallar a y b para que $P(x) = x^4 + ax^3 - 19x^2 + bx + 90$ sea divisible por $x + 3$ y por $x - 2$.
12. Verifique que dos de las raíces del polinomio $P(x) = x^4 + x^3 - 19x^2 + 11x + 30$ son 3 y - 5. Encuentra el resto de las raíces.
Raíces: $-2, -\frac{3}{2}, -1, 1, 5$

Raíces: $-2, -\frac{3}{2}, -1, 1, 5$

13. Hallar el valor de K para que al dividir el polinomio $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - kx - 6$ por $(x - 2)$ el resto sea 3.

Rta: $K = -5$

14. Calcula el resto de las siguientes divisiones:

a) $(x^{52} + 6x - 1) : (x - 1)$

b) $(3x^3 - 2x^2 + 3x + 3) : (x + 1)$

15. Factoriza los siguientes polinomios; así mismo indica las raíces del mismo:

a) $P(x) = x^2 + 2x + 1$ Rta: $(x + 1)^2$

b) $P(x) = x^2 + 8x + 16$ Rta: $(x + 4)^2$

c) $P(x) = x^2 - 6x + 9$ Rta: $(x - 3)^2$

d) $P(x) = 4x^2 - 4x + 1$

e) $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ Rta: $(x - 1)(x + 1)(x - 2)$

f) $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ Rta: $(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$

g) $P(x) = 4x^4 - 9$ Rta: $(2x^2 + 3)(2x^2 - 3)$

h) $P(x) = x^3 - x^2 - 49x - 49$ Rta: $(x - 1)(x + 7)(x - 7)$

i) $P(x) = 3x^3 - 3x^2 - 51x - 45$ Rta: $3 \cdot (x + 1)(x + 3)(x - 5)$

j) $P(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ Rta: $(x^2 - 1)(x^2 - 1)$

k) $P(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$ Rta: $(x - 1)(x + 1)(x + 3)(x - 2)$

l) $P(x) = x^4 + 13x^3 + 45x^2 + 11x - 70$ Rta: $(x - 1)(x + 2)(x + 5)(x + 7)$

m) $P(x) = x^3 - 2x^2 - 9x + 18$ Rta: $(x - 2)(x - 3)(x + 3)$

n) $P(x) = x^4 - 11x^2 + 18$ Rta: $(x - 3)(x + 3)(x^2 - 2)$

o) $P(x) = 2x^3 + 11x^2 + 4x - 5$

p) $P(x) = 8x^3 + 6x^2 - 11x - 3$

q) $P(x) = 2x^4 - 9x^3 + 9x^2 + 3x + 13$

r) $P(x) = x^3 + 7x^2 + 7x - 15$

s) $P(x) = 6x^3 - 17x^2 - 5x + 6$

t) $P(x) = 2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 16x - 20$

u) Sabiendo que $-\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ son raíces de $P(x) = 6x^4 + 7x^3 + 6x^2 - 1$, halla todos sus factores.

Rta:

$(2x+1)(3x-1)(x^2+x+1)$

v) $P(x) = x^6 - 9x^5 + 24x^2 - 20x^3$ Rta: $x^3(x - 2)^2(x - 5)$

w) $P(x) = x^6 - 3x^5 - 3x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x$ Rta: $x(x - 1)(x + 1)(x - 4)(x^2 + x + 2)$

x) $P(x) = x^6 + 6x^5 + 9x^4 - x^2 - 6x - 9$ Rta: $(x + 3)^2(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$

16. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{9 - x^2}{x^2 - 3x}$ b) $\frac{3x^3 - 2x^2 - 7x - 2}{x^3 - 4x}$ c) $\frac{x^3 - 4x}{x^3 + x^2 - 2x}$ d)

$\frac{x^3 - 16x}{4x^3 + 32x^2 + 64x}$

e) $\frac{ax + by}{ax^2 + bxy}$ f) $\frac{x^4 + 2x^3 - 3x^2}{x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 10x + 15}$ g) $\frac{x^3 - 19x - 30}{x^3 - 3x^2 - 10x}$ h)

$$\frac{x^4 - 1}{x^4 - x^3 - x^2 - x - 2}$$

Respuestas:

c) $\frac{x-2}{x-1}$ d) $\frac{x-4}{4(x+4)}$ e) $\frac{1}{x}$ f) $\frac{x^2}{(x^2+5)}$ g) $\frac{x+3}{x}$ h) $\frac{x-1}{x-2}$

17. Suma, resta y simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{2x^2 - 5x}{x^2 - 9} - \frac{2x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$ b) $\frac{-3x+1}{x+1} - \frac{5x+1}{x^2+x}$ c)

$$\frac{x}{x^2 - 3x - 4} - \frac{2x}{x^2 - 1} + \frac{x^2 - 6x - 4}{x^3 - 4x^2 - x + 4}$$

d) $\frac{y}{y-2} - \frac{y}{y^2 - 3y + 2} - \frac{y}{y-1}$ e) $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a-3} - \frac{a-1}{a^2 - 4a + 3}$ f)

$$\frac{n}{n^2 - 1} - \frac{3}{n+1} - \frac{n+2}{n^2 + n - 2}$$

Respuestas:

a) $\frac{-1}{x-3}$ b) $\frac{-3x-1}{x}$ c) $\frac{1}{x^2-1}$ d) 0 e) $\frac{1}{a-1}$ f) $\frac{2-3n}{n^2-1}$

18. Realiza las siguientes operaciones simplificando el resultado:

a) $\frac{9+6x+x^2}{9-x^2} \cdot \frac{3x^2-x^3}{3x^2+x^3}$
 $\frac{2x-4}{\frac{3}{4} + \frac{2}{8}} \cdot \frac{2x^2-8x+8}{x-2}$

b) $\frac{\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{4x^2-4x}{x+1}}{\frac{2x^2+14x+20}{x^3-50+2x^2-25x} \cdot \frac{x-5}{2x^3-20x^2+50x}}$

c) $\frac{\frac{x^2-1}{x^2+2x+1} \cdot \frac{2x^2-8x-10}{x-1}}{\frac{2x+2}{x^2+x-2} \cdot \frac{x+1}{x^3-4x^2-7x+10}}$

d) $\frac{\left(\frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^2-9} \cdot \frac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2} \right) \cdot \frac{x^2+x-2}{x^2+4x+4}}{\frac{2x^2-2x}{3x^2+3x-6} - \frac{3x^2+12x+12}{2x}}$

e) $\frac{\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}}{\frac{x^2-25}{x^2-4x-5}}$

f) $\frac{\frac{x^2-2x+1}{x-1} - \frac{x^2-1}{x+1}}{\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1}}$ g)

$$\frac{\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}}{\frac{x^2-6x+5}{x^2-1}}$$

Respuestas: los apartados: a,b,c,d,e dan **todos 1** f) 0 g) $\frac{x+5}{x-5}$