IES LAS LAGUNAS.Mijas

Curso 2017/2018 Departamento de Matemáticas

Prueba Polinomios.Nov.2017.4ºESO-acad

Nombre : Grupo :

NOTA: Escribir con bolígrafo negro o azul,no con lápiz.Realizarlo con letra legible.**No se puede usar calculadora.**Los resultados deben estar bien desarrollados y justificados paso a paso.

EJERCICIOS DE LA PRUEBA

Criterio	2	7	8	9	10	Criterio	1	2	3	4
BI(ejr)	3,5	3,5	todos	todos	todos	BII(ejr)	todos	3,5	1,2,4	3,5

1. (2PTOS) Simplificar las fracciones hasta hallar la irreducible.

   a) $\dfrac{x^4-1}{x^4-x^3-x^2-x-2}$ (1pto)

   Solución.
   Para simplificar fracciones algebraicas lo más común es factorizar el numerador y el denominador.El proceso de factorización se puede realizar bien buscando las raíces de los polinomios (Teorema del factor: si "a" es una raiz, x-a es un factor),bien por otros métodos como sacar factor común o expresiones notables.En este ejemplo en concreto el numerador es una expresión notable ,en concreto, $x^4-1=(x^2-1)(x^2+1)$,que a su vez se factoriza como $(x-1)(x+1)(x^2+1)$, donde x^2+1 ya no se puede factorizar ($x^2+1=0$ no tiene solución).También se puede factorizar con Ruffini,cuyas raíces saldrán 1 y -1.
   Para el polinomio denominador usamos la regla de Ruffini,para intentar buscar raíces.Para ello vamos probando con los divisores de -2, tenemos

   $$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -1 & -1 & -1 & -2 \\ -1 & & -1 & 2 & -1 & 2 \\ \hline & 1 & -2 & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & 1 & -2 \\ 2 & & 2 & 0 & 2 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

   llegados aquí observamos que nos queda el polinomio de grado dos x^2+1, el mismo que obtuvimos en el numerador.La factorización y simplificación de la fracción es: $\dfrac{(x-1)\cancel{(x+1)}\cancel{(x^2+1)}}{\cancel{(x+1)}(x-2)\cancel{(x^2+1)}}=\dfrac{x-1}{x-2}$

   b) $\dfrac{9-x^2}{x^2-3x}$ (1pto)

   Solución:
   Dos observaciones, la primera que el numerador vuelve a ser una expresión notable y,la segunda que el denominador no tiene término independiente con lo cual el primer paso para descomponer el denominador es sacar factor común.Con esto queda: $\dfrac{(3-x)(3+x)}{x(x-3)}=\dfrac{-\cancel{(x-3)}(3+x)}{x\cancel{(x-3)}}=-\dfrac{(x+3)}{x}$

2. (2PTOS)Hallar el valor de "k" para que el polinomio $P(x)=2x^3+3x^2-kx-6$ de resto 3 al dividirlo por x-2.Para el valor de "k" encontrado anteriormente, calcular P(2) y P(0)
   Solución:
   El hecho que al dividir P entre x-2 y resto sea 3 significa dos cosas, que al hacer la division (que es de Ruffini) igualemos la expresión del resto que nos quede a 3, y una segunda cosa es que P(2)=3.Esto significa que podemos hacerlo de dos formas.
   La primera ,nos dará de resto 22-2k, que debemos igualar a 3,quedando $k=\dfrac{-19}{2}$.
   La segunda forma $P(2)=2\cdot 2^3+3\cdot 2^2-k\cdot 2-6=3$, 16+12-2k-6=3 saliendo $k=\dfrac{-19}{2}$.
   La segunda parte del ejercicio se puede realizar sin saber la primera, pues para ese valor de k, el teorema del resto dice , y ya lo hemos dicho antes,que P(2)=3.Además independientemente de quien sea k, el valor numérico de un polinomio siempre es el término independiente,en este caso P(0)=-6.

3. (2PTOS)Un señor observa durante 5 años que sus ventas en la empresa se puede modelar por el polinomio V(x)=x^2-5x donde V representa las ventas en euros y x representa el número de artículos que vende.Sabiendo que el precio de coste de cada artículo es 5€,se pregunta:

   a) (1pto)¿Si vende 5 artículos obtiene beneficios o pérdidas.? 🤔
   b) (1pto)¿Cuántos debe vender para obtener beneficios?
   Solución:
   El beneficio en cualquier operación operación comercial o negocio es la diferencia entre el valor con el que vendes u ofreces una cosa o servicio y, el coste que te ocasiona la cosa o servicio. En este ejemplo,se trata de una venta de artículos,pero hemos de entender que esos artículos han tenido unos costes (bien de fabricación o de compra).En nuestro caso el beneficio será la diferencia entre las ventas y el coste.Éste último,es el producto del precio por unidad (5€) por el número de unidades que vendamos,es decir,coste=C(x)=5x,donde x representa el número de unidades vendidas.
   Con ello ,el polinomio beneficio es B(x)=V(x)-C(x)=x$^2 - 5x - 5x = x^2 - 10x$
   Si vende 5 artículos los beneficios serán 25€-50€=-25€, negativos , lo que supone que tiene pérdidas.
   Otra forma de resolverlo ,es: si vendo 5 artículos las ventas son $5^2 - 5 \cdot 5$=0€ a las cuales le debemos restar los gastos (5 artículos a 5€ cada uno).
   Para contestar al apartado b,se puede hacer por tanteo.Tenemos que para 5 artículos tiene pérdidas y podemos tantear que para 10 obtiene beneficio nulo, con lo cual, con más de 10 artículos obtendría beneficios.
   Pero el modo más correcto de justificar esta pregunta es averiguando cuando tiene beneficio nulo, esto es, cuando B(x)=0,que se trata de resolver la ecuación incompleta x$^2 - 10x = 0$,cuyas soluciones son x=0(si no vende no obtiene beneficios,más bien pérdidas) y, x=10.Ésta, nos indica que debe vender más de 10 para obtener beneficios.

4. (2PTOS)Calcular la suma de fracciones para dar la expresión más reducida de dicha suma.
$\dfrac{1}{a-1} + \dfrac{1}{a-3} - \dfrac{a-1}{a^2-4a+3}$
Solución:
Al igual que con fracciones numéricas intentamos convertir a común denominador.El mcm lo averiguamos descomponiendo los denominadores,aquí solo hemos de descomponer a$^2 - 4a + 3$,bien con Ruffini,bien ecuación de 2º grado. $\begin{array}{r|rrr} & 1 & -4 & 3 \\ 3 & & 3 & -3 \\ \hline & 1 & -1 & \multicolumn{1}{|r}{0} \end{array}$
así, a$^2 - 4a + 3 = (a-3)(a-1)$ que es precisamente el mcm de los denominadores.Operando tenemos:$\dfrac{a-3+a-1-(a-1)}{(a-3)(a-1)} = \dfrac{\cancel{a-3}}{\cancel{(a-3)}(a-1)} = \dfrac{1}{a-1}$

5. (2PTOS)Una entidad financiera lanza al mercado un plan de inversión cuya rentabilidad, R(x), en miles de euros, viene dada por el polinomio R(x)=-0.001x$^2 + 0{,}5x + 2{,}5$ donde x es la cantidad de dinero invertida en miles de euros y, x en el intervalo [1,500].

   a) (1pto)¿Qué rentabilidad se obtendría con 500 mil euros de inversión?
   b) (1pto)¿ Y con 2.5*10^5 euros?
   Solución:
   Este ejercicio al igual que el ejercicio 3, es un simple ejercicio de valor numérico de polinomios,de sustituir x por un valor concreto.
   Para 500 mil euros x=500, R(500)=-0.001·500$^2 + 0{,}5 \cdot 500 + 2{,}5 = -10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^{-1} \cdot 5 \cdot 10^2 + 2{,}5 = 2{,}5$, invirtiendo 500000€ obtenemos una rentabilidad de 2500€
   Para una inversión de 2.5·10^5€=250000€, quiere decir que x=250 y con ello R(250)=$-0{,}001 \cdot 250^2 + 0{,}5 \cdot 250 + 2{,}5 = -0{,}001 \cdot 62500 + 125 + 2{,}5 = -62{,}5 + 125 + 2{,}5 = 65$ Aunque parece ilógico , invirtiendo la mitad de miles de euros se adquiere más rentabilidad .
   Cuadro de inversión

x	0	100	250	400	500
R	2.5	42.5	65	42.5	2.5

   Nota adicional.

Un polinomio de grado 2 es una relación entre x y su valor en el polinomio cuya representación gráfica se llama parábola,en este caso una parábola invertida.Crece , alcanza su punto máximo o ápice (vértice) y, finalmente,decrece.La interpretación es que hasta la mitad del intervalo(250) la rentabilidad aumenta y apartir de ahí la rentabilidad disminuye.Lógicamente la parte negativa no tiene sentido, de hecho x se encuentra en el intervalo [1,500]
Otra cuestión que se puede apreciar es que si la inversión es nula R(0)=2.5,se tiene 2500€ de rentabilidad (al igual que si invertimos 500 mil).La interpretación de ello puede ser que la entidad financiera por el simple hecho de contratar el producto de inversión,nos regale 2500€.