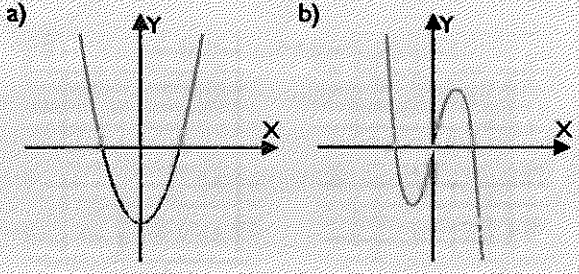


**1. Funciones polinómicas**

**32.** Analiza de qué grado pueden ser las funciones polinómicas siguientes. ¿Qué signo tiene el coeficiente principal?



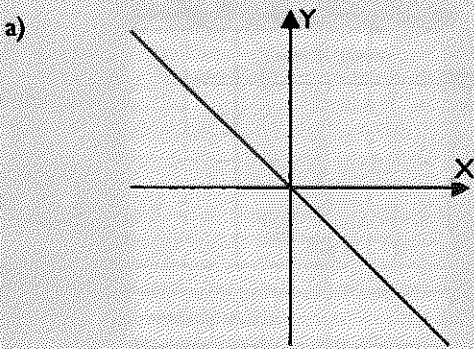
**Solución:**

- a) De 2º grado. El coeficiente principal es positivo.
- b) De 3º grado. El coeficiente principal es positivo.

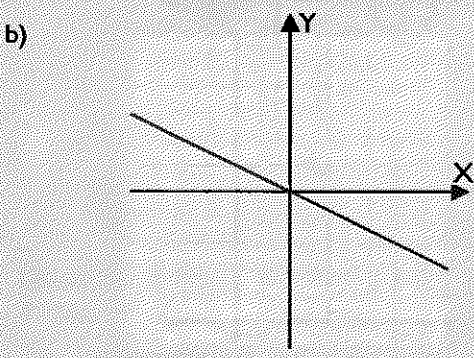
**33.** Representa las siguientes rectas, halla la pendiente y la ordenada en el origen.

- a)  $y = -x$
- b)  $y = -\frac{x}{2}$
- c)  $y = \frac{3x}{2} + 1$
- d)  $y = -2x - 1$

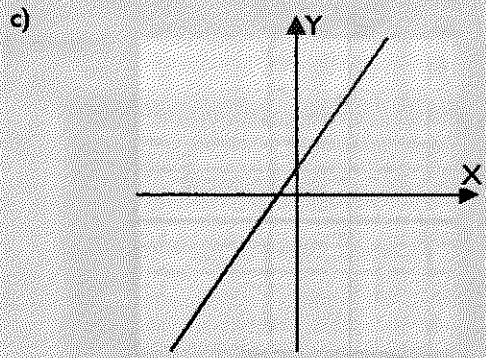
**Solución:**



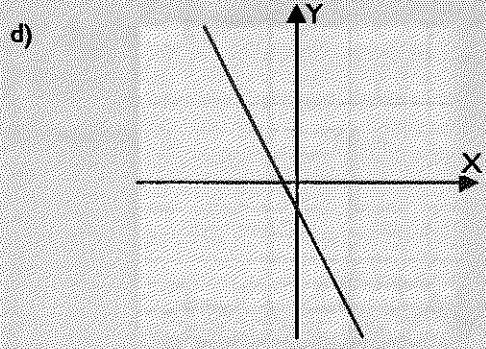
$m = -1$ , ordenada en el origen: 0



$m = -\frac{1}{2}$ , ordenada en el origen: 0

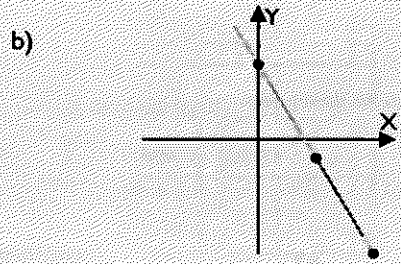
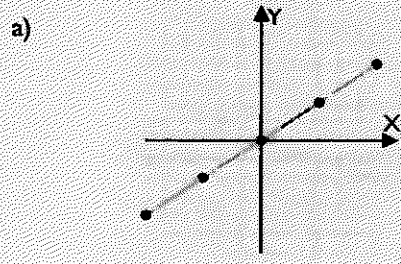


$m = \frac{3}{2}$ , ordenada en el origen: 1



$m = -2$ , ordenada en el origen: -1

**34.** Escribe las fórmulas de las siguientes rectas:



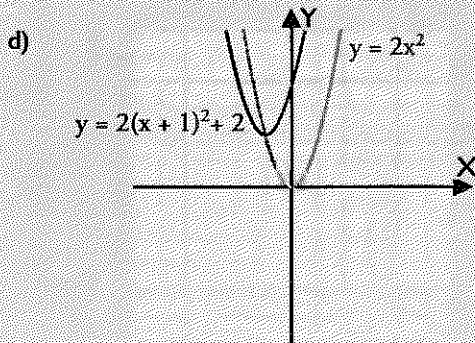
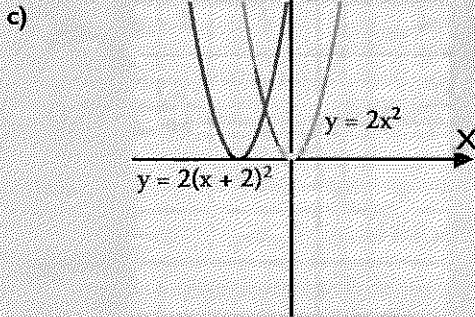
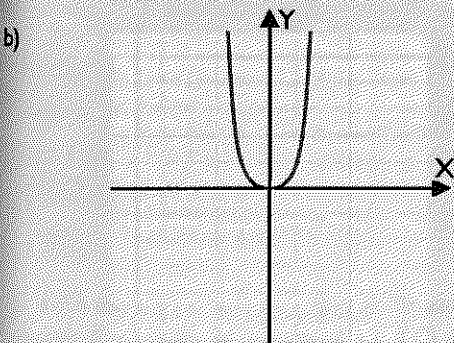
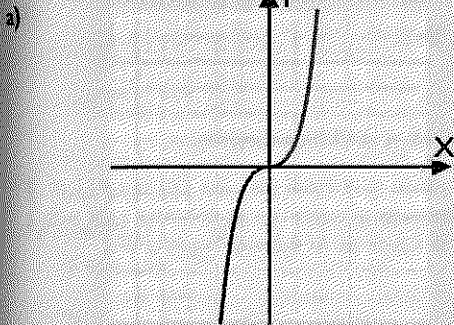
**Solución:**

- a)  $y = \frac{2x}{3}$
- b)  $y = -\frac{5x}{3} + 4$

**35.** Haz un dibujo aproximado de las funciones siguientes:

- a)  $y = x^3$
- b)  $y = x^4$

**Solución:**

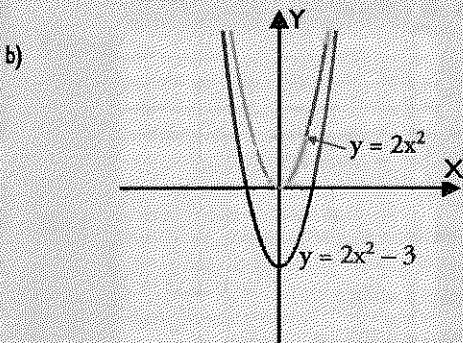
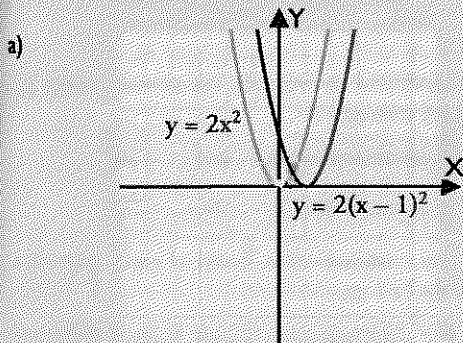


**2. Función cuadrática**

36. Representa la parábola  $y = 2x^2$  y, a partir de ella, las siguientes:

- a)  $y = 2(x - 1)^2$
- b)  $y = 2x^2 - 3$
- c)  $y = 2(x + 2)^2$
- d)  $y = 2(x + 1)^2 + 2$

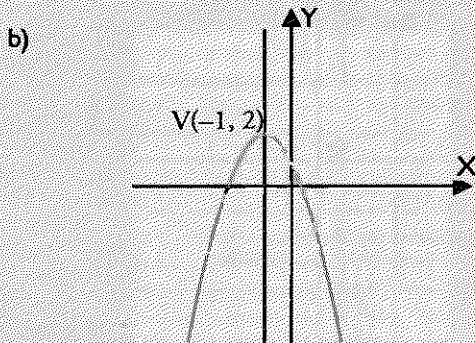
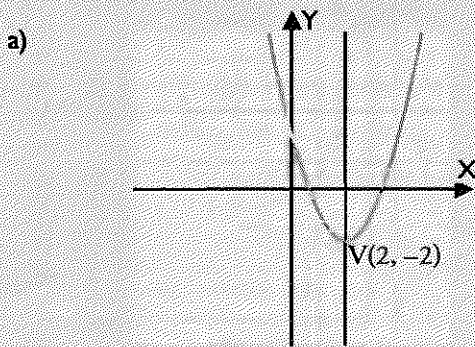
**Solución:**

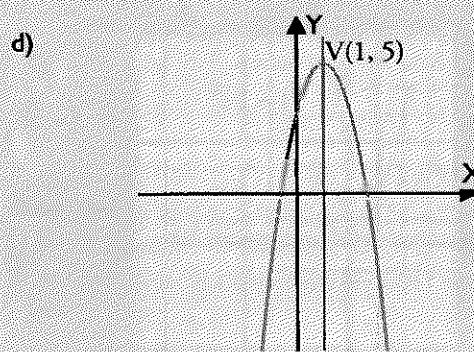
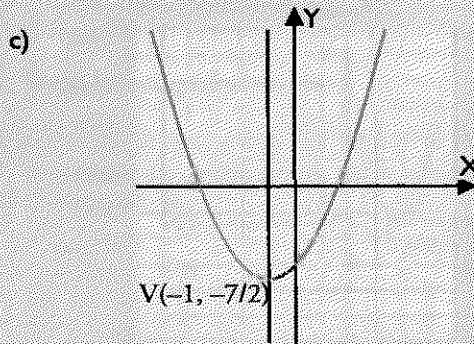


37. Representa las siguientes parábolas:

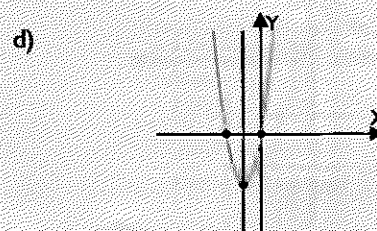
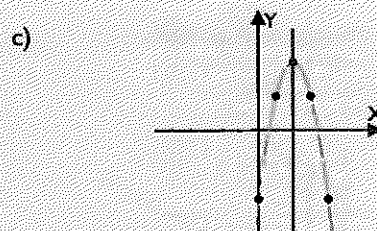
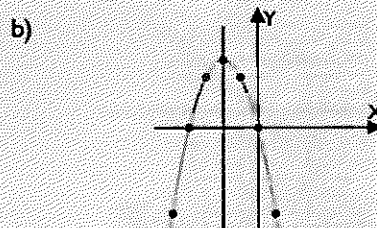
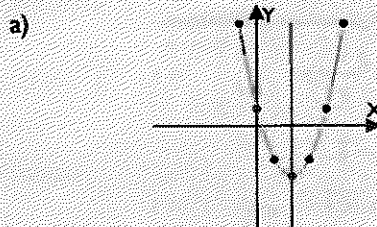
- a)  $y = x^2 - 4x + 2$
- b)  $y = -x^2 - 2x + 1$
- c)  $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 3$
- d)  $y = -2x^2 + 4x + 3$

**Solución:**





38. Escribe las fórmulas de las siguientes parábolas:



**Solución:**

a)  $y = x^2 - 4x + 1$

b)  $y = -x^2 - 4x$

c)  $y = -2x^2 + 8x - 4$

d)  $y = 3x^2 + 6x$

### 3. Interpolación y extrapolación

39. Calcula la recta que pasa por los puntos  $A(1, -3)$  y  $B(3, 1)$ . Interpola el valor de la función para  $x = 2$  y extrapola el valor de la función para  $x = 4$

**Solución:**

$y = mx + b$

$$\left. \begin{aligned} m + b &= -3 \\ 3m + b &= 1 \end{aligned} \right\}$$

$m = 2, b = -5$

$y = 2x - 5$

$x = 2 \Rightarrow y = -1$

$x = 4 \Rightarrow y = 3$

40. Calcula la parábola que pasa por los puntos  $A(-4, 7)$ ,  $B(-2, 9)$  y  $C(2, 1)$ . Interpola el valor de la función para  $x = 0$  y extrapola el valor de la función para  $x = 4$

**Solución:**

$y = ax^2 + bx + c$

$$\left. \begin{aligned} 16a - 4b + c &= 7 \\ 4a - 2b + c &= 9 \\ 4a + b + c &= 1 \end{aligned} \right\}$$

$a = -1/2, b = -2, c = 7$

$y = -1/2x^2 - 2x + 7$

$x = 0 \Rightarrow y = 7$

$x = 4 \Rightarrow y = -9$

41. En la tabla siguiente se recogen los pesos ideales en función de las estaturas:

<b>x: estatura (cm)</b>	160	170
<b>y: pesos (kg)</b>	64	72

a) Calcula por interpolación lineal el peso para una estatura de 165 cm

b) Calcula por extrapolación lineal el peso para una estatura de 180 cm

**Solución:**

$y = mx + b$

$$\left. \begin{aligned} 160m + b &= 64 \\ 170m + b &= 72 \end{aligned} \right\}$$

$m = \frac{4}{5}, b = -64 \Rightarrow y = \frac{4}{5}x - 64$

a)  $x = 165 \text{ cm} \Rightarrow y = 68 \text{ kg}$

b)  $x = 180 \text{ cm} \Rightarrow y = 80 \text{ kg}$

42. Una empresa, que cotiza en bolsa, tiene un cierre semanal según se recoge en la siguiente tabla:

x: semana	3	7	8
y: cierre (€)	3	6	7

- a) Calcula la ecuación de la parábola que pasa por los tres puntos.  
 b) Determina el valor de cierre de la acción en la quinta semana.

**Solución:**

a)  $y = ax^2 + bx + c$

$$\left. \begin{aligned} 9a + 3b + c &= 3 \\ 49a + 7b + c &= 6 \\ 64a + 8b + c &= 7 \end{aligned} \right\}$$

$a = 1/20, b = 1/4, c = 9/5$

$y = x^2/20 + x/4 + 9/5$

b) Para  $x = 5 \Rightarrow y = 4,3 \text{ €}$

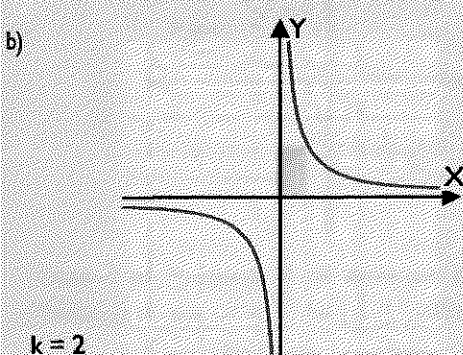
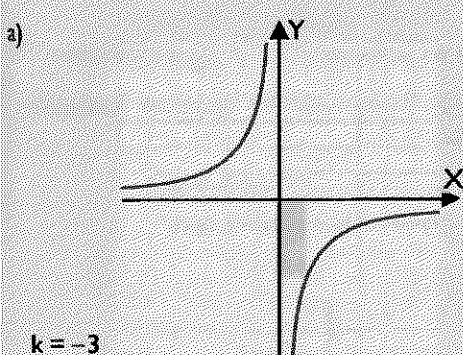
#### 4. Funciones racionales e irracionales

43. Dibuja las siguientes hipérbolas y sus asíntotas. Halla la constante,  $k$ , de proporcionalidad inversa.

a)  $y = -\frac{3}{x}$

b)  $y = \frac{2}{x}$

**Solución:**



44. Dibuja las siguientes hipérbolas y sus asíntotas. Halla la constante  $k$

a)  $y = \frac{2x+2}{x}$

b)  $y = \frac{3x+7}{x+2}$

c)  $y = \frac{-2x-6}{x+1}$

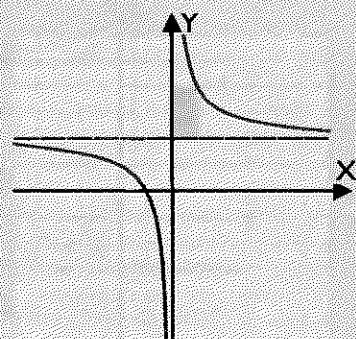
d)  $y = \frac{-2x+3}{x}$

**Solución:**

a)

$$y = \frac{2}{x} + 2$$

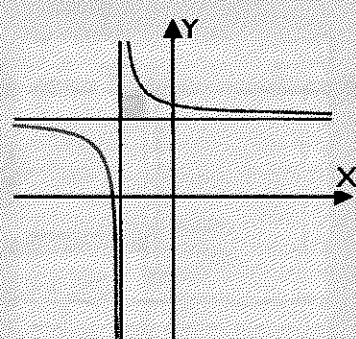
$k = 2$



b)

$$y = \frac{1}{x+2} + 3$$

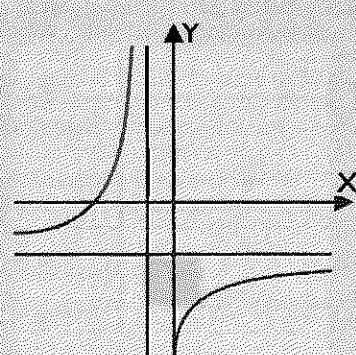
$k = 1$



c)

$$y = \frac{-4}{x+1} - 2$$

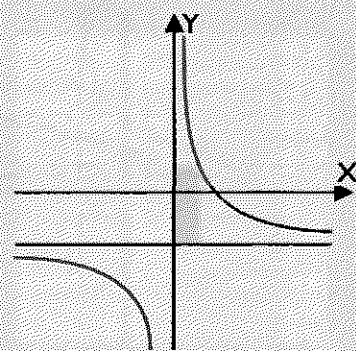
$k = -4$



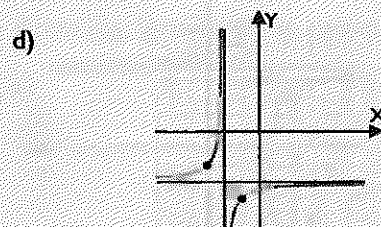
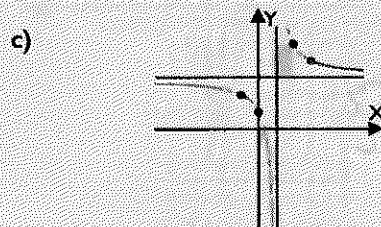
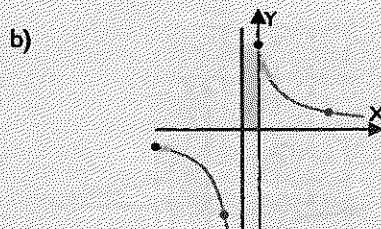
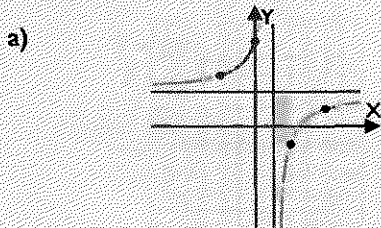
d)

$$y = \frac{3}{x} - 2$$

$k = 3$



5. Escribe las fórmulas de las siguientes hipérbolas:



Solución:

a)  $y = \frac{3}{x-1} + 2$

b)  $y = \frac{5}{x+1}$

c)  $y = \frac{2}{x-1} + 3$

d)  $y = -\frac{1}{x+2} - 3$

46. Dibuja las siguientes funciones irracionales:

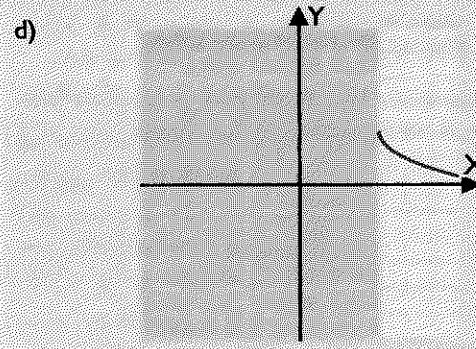
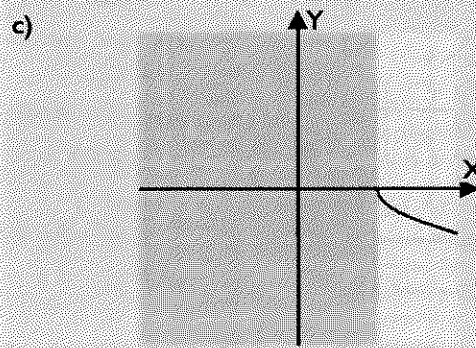
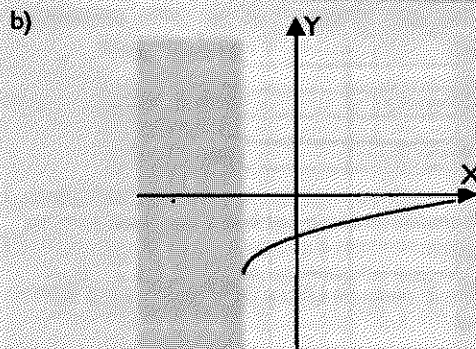
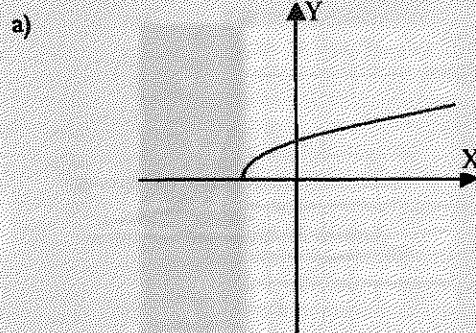
a)  $y = \sqrt{x+2}$

b)  $y = -3 + \sqrt{x+2}$

c)  $y = -\sqrt{x-3}$

d)  $y = 2 - \sqrt{x-3}$

Solución:



5. Funciones exponenciales y logarítmicas

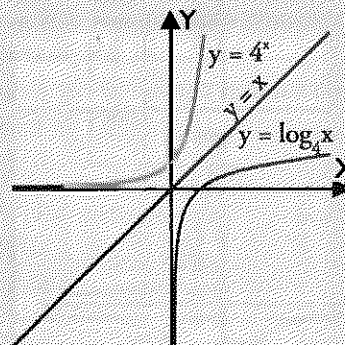
47. Dibuja en los mismos ejes las siguientes funciones y sus asíntotas:

a)  $y = 4^x$

b)  $y = \log_4 x$

¿Respecto a qué recta son simétricas?

Solución:



Son simétricas respecto de la bisectriz del primer y tercer cuadrantes,  $y = x$ , por lo tanto, una es inversa de la otra.

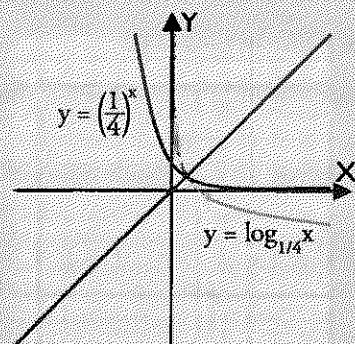
48. Dibuja en los mismos ejes las siguientes funciones y sus asíntotas:

a)  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

b)  $y = \log_{1/4} x$

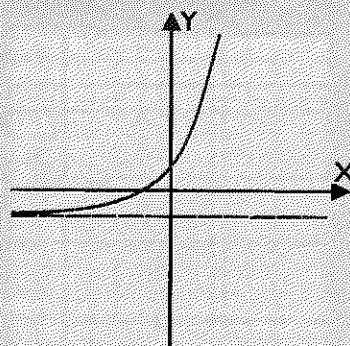
¿Respecto a qué recta son simétricas?

Solución:

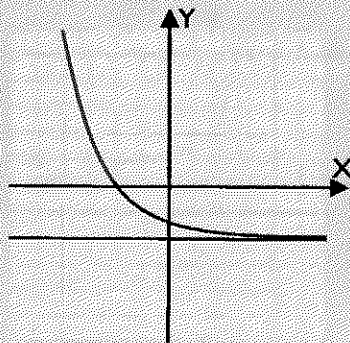


Son simétricas respecto de la bisectriz del primer y tercer cuadrantes,  $y = x$ , por lo tanto, una es la inversa de la otra.

c)



d)



49. Dibuja la gráfica de las siguientes funciones y sus asíntotas:

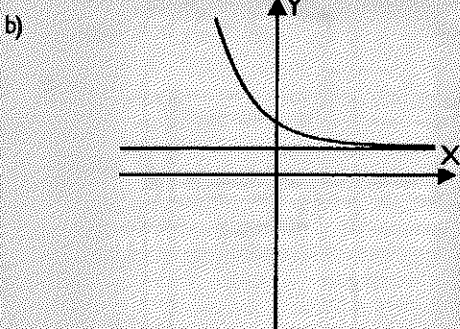
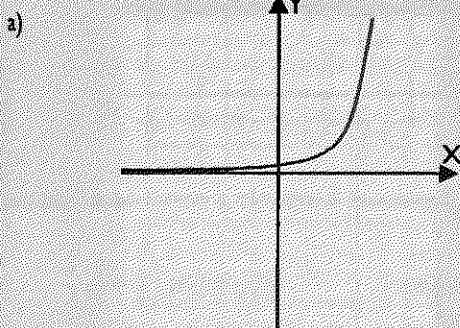
a)  $y = 3^{x-2}$

b)  $y = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c)  $y = -1 + 2^{x+1}$

d)  $y = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$

Solución:



50. Dibuja la gráfica de las siguientes funciones y sus asíntotas:

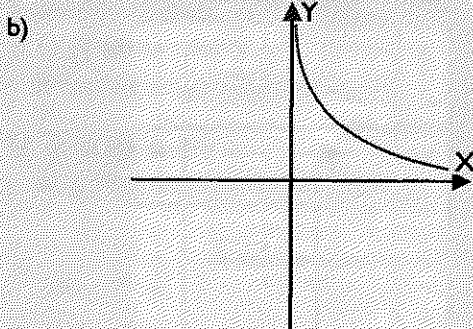
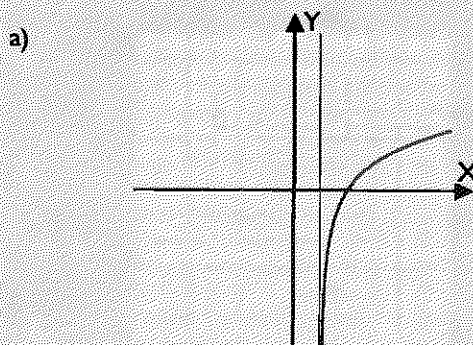
a)  $y = \log_2(x-1)$

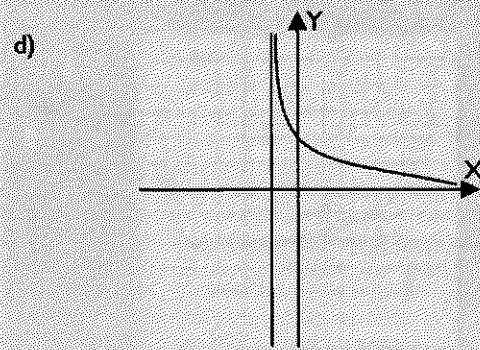
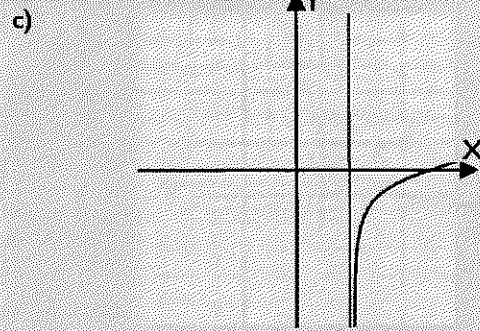
b)  $y = 3 + \log_{1/2} x$

c)  $y = -1 + \log_3(x-2)$

d)  $y = 2 + \log_{1/3}(x+1)$

Solución:





**Solución:**

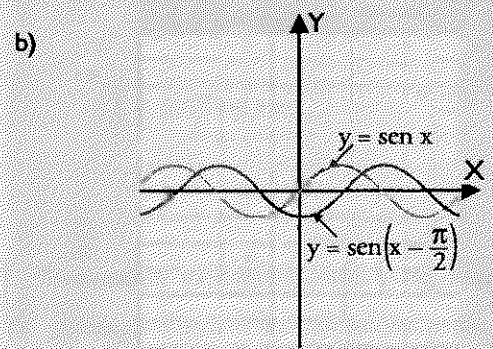
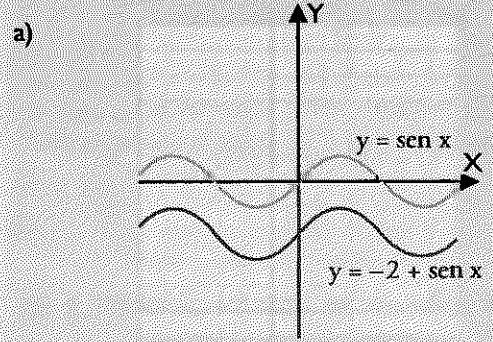
- a)  $y = 1 + 3^x$
- b)  $y = \log_{1/3}(x + 2)$
- c)  $y = e^x$
- d)  $y = \log_3(x - 1)$

**6. Funciones trigonométricas**

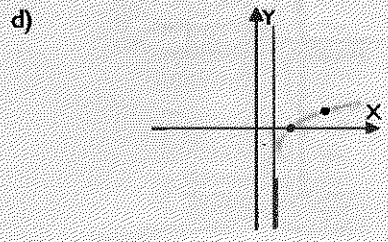
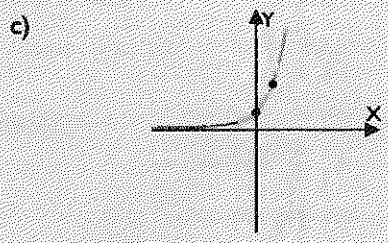
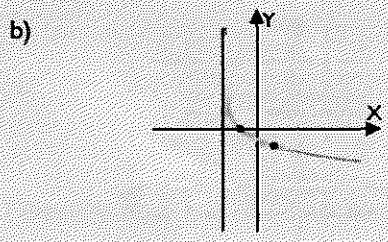
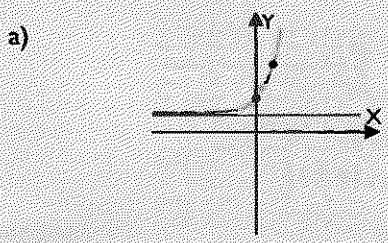
**52.** Dibuja las siguientes funciones a partir de la función  $y = \text{sen } x$

- a)  $y = -2 + \text{sen } x$
- b)  $y = \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

**Solución:**



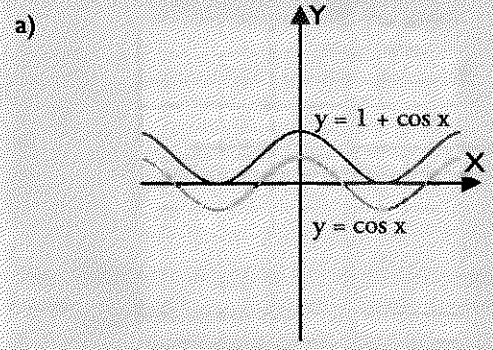
**51.** Escribe las fórmulas de las siguientes gráficas:

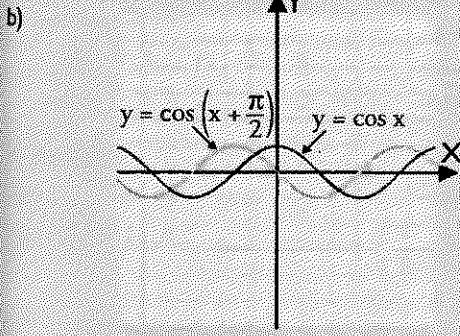


**53.** Dibuja las siguientes funciones a partir de la función  $y = \text{cos } x$

- a)  $y = 1 + \text{cos } x$
- b)  $y = \text{cos}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

**Solución:**

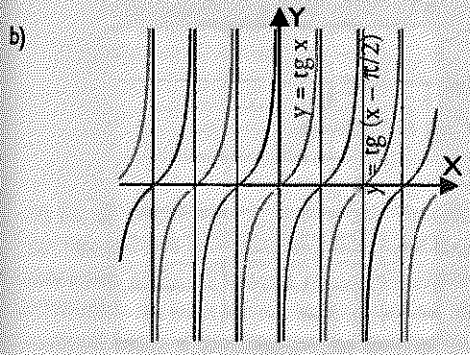
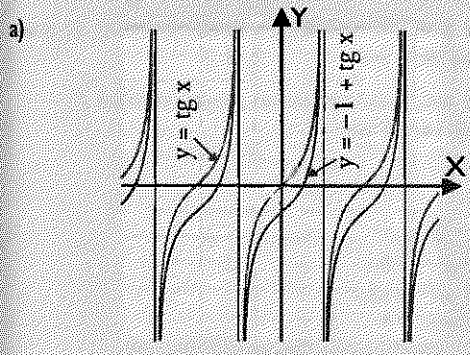




54. Dibuja las siguientes funciones a partir de la función  $y = \text{tg } x$

a)  $y = -1 + \text{tg } x$       b)  $y = \text{tg} \left( x - \frac{\pi}{2} \right)$

Solución:

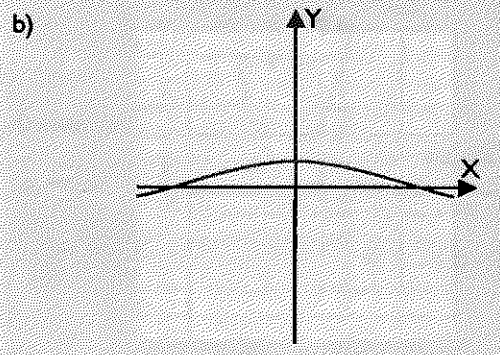
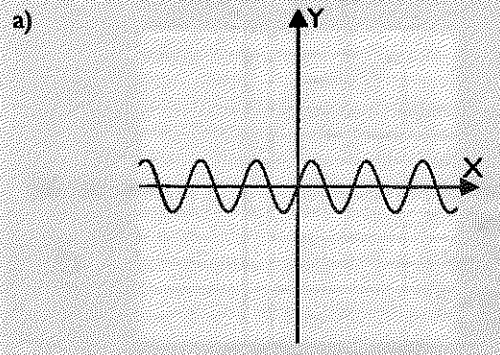


55. Dibuja las siguientes funciones:

a)  $y = \text{sen } 3x$

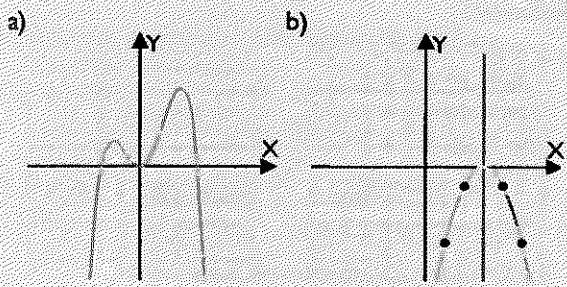
b)  $y = \text{cos} \frac{x}{3}$

Solución:



### Para ampliar

56. Analiza de qué grado pueden ser las funciones polinómicas siguientes. ¿Qué signo tiene el coeficiente principal?

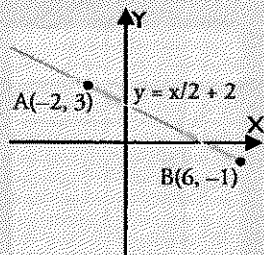


Solución:

- a) Es de grado cuatro.  
El coeficiente principal es negativo.
- b) Es de grado dos.  
El coeficiente principal es negativo.

57. Dibuja la recta que pasa por los puntos  $A(-2, 3)$  y  $B(6, -1)$ , y halla su fórmula.

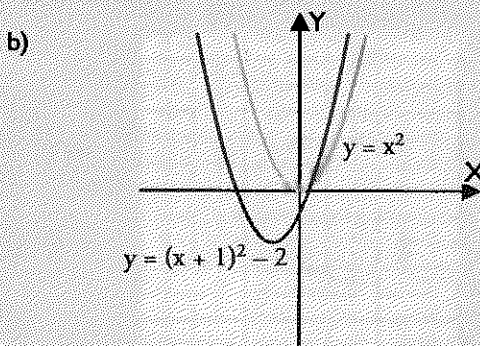
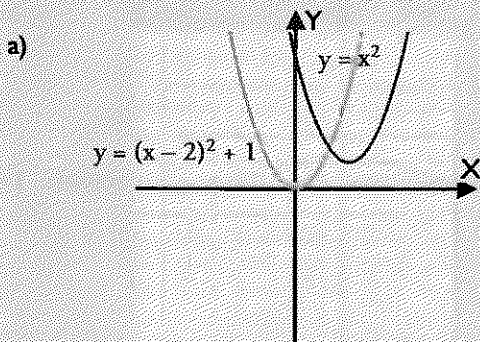
Solución:



58. Representa la parábola  $f(x) = x^2$  y, a partir de ella, representa:

- a)  $f(x - 2) + 1$   
b)  $f(x + 1) - 2$

Solución:



59. Calcula la función cuadrática que pasa por los puntos siguientes:

- a)  $A(0, -1)$ ,  $B(2, -5)$  y  $C(5, 4)$   
b)  $A(3, 4)$ ,  $B(4, 2)$  y  $C(1, -4)$

Solución:

- a)  $y = x^2 - 4x - 1$   
b)  $y = -2x^2 + 12x - 14$

60. Calcula la parábola que pasa por los puntos  $A(2, 2)$ ,  $B(3, 5)$  y  $C(6, 17)$ . Interpola el valor de la función para  $x = 4$  y extrapola el valor de la función para  $x = -2$

Solución:

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ 4a + 2b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 5 \\ 36a + 6b + c = 17 \end{cases}$$

$$a = 1/4, b = 7/4, c = -5/2$$

$$y = x^2/4 + 7x/4 - 5/2$$

$$\text{Para } x = 4 \Rightarrow y = 8,5$$

$$\text{Para } x = -2 \Rightarrow y = -5$$

61. Se sabe que la masa de un metal determinado y su volumen se relacionan de la siguiente forma:

Volumen (cm <sup>3</sup> )	3	8	10
Masa (g)	23,1	61,6	77

a) Calcula por interpolación lineal la masa para un volumen de 6 cm<sup>3</sup>

b) Calcula por extrapolación lineal la masa para un volumen de 18 cm<sup>3</sup>

Solución:

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ 9a + 3b + c = 23,1 \\ 64a + 8b + c = 61,6 \\ 100a + 10b + c = 77 \end{cases}$$

$$a = 0, b = 7,7, c = 0$$

$$y = 7,7x$$

$$\text{a) } x = 6 \text{ cm}^3 \Rightarrow y = 46,2 \text{ g}$$

$$x = 18 \text{ cm}^3 \Rightarrow y = 138,6 \text{ g}$$

62. La demanda que hacen los consumidores de un producto depende de su precio. En el estudio de mercado de un determinado producto, se ha determinado que las unidades que se venden en función del precio son las que se recogen en la tabla siguiente:

x: precio (€)	2	4	6
y: unidades en miles	3	6	2

a) Calcula la parábola que pasa por los tres puntos.

b) Calcula las unidades que se venderían a un precio de 3 €

Solución:

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 16a + 4b + c = 6 \\ 36a + 6b + c = 2 \end{cases}$$

$$a = -7/2, b = 27/4, c = -7 \Rightarrow y = -7x^2 + 27x/4 - 7$$

$$\text{b) } -7x^2/2 + 27x/4 - 7 = 3 \Rightarrow x = 2 \text{ €}$$

La otra solución no es entera y no sirve.

63. Calcula la función cuadrática que pasa por los puntos siguientes:

a) A(2, 0), B(3, 1) y C(4, 4)

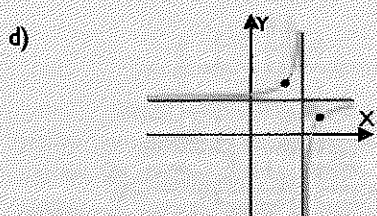
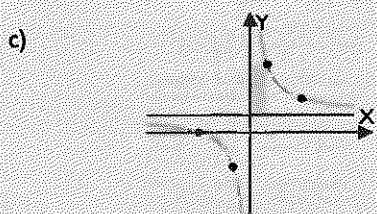
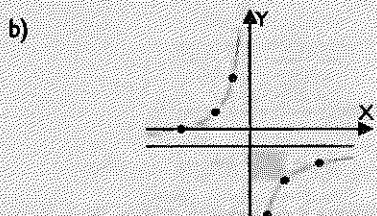
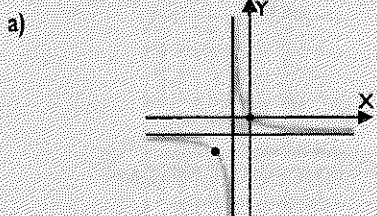
b) A(-1, 2), B(-3, -2) y C(-5, 2)

**Solución:**

a)  $y = x^2 - 4x + 4$

b)  $y = x^2 + 6x + 7$

64. Escribe las fórmulas de las siguientes hipérbolas:



**Solución:**

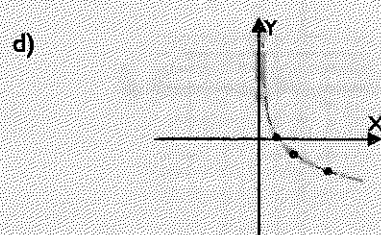
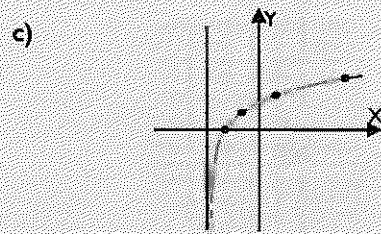
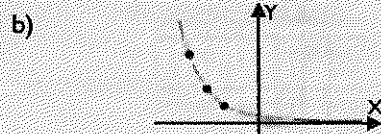
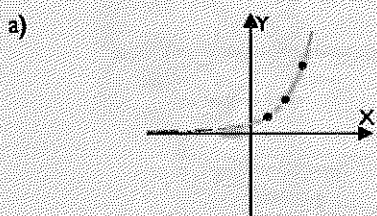
a)  $y = \frac{1}{x+1} - 1$

b)  $y = -\frac{4}{x} - 1$

c)  $y = \frac{3}{x} + 1$

d)  $y = -\frac{1}{x-3} + 2$

65. Escribe las fórmulas de las siguientes gráficas:



**Solución:**

a)  $y = 2^{x-1}$

b)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2}$

c)  $y = \log_2(x+3)$

d)  $y = \log_{1/2} x$

66. Dibuja las siguientes funciones:

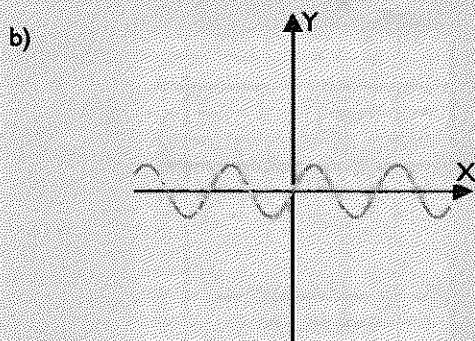
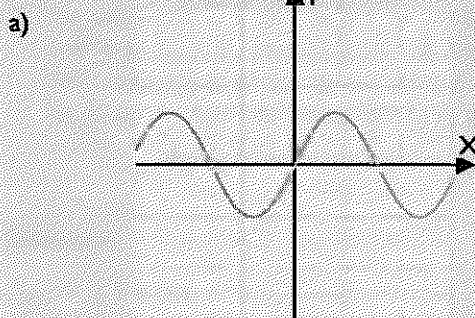
a)  $y = 2 \text{ sen } x$

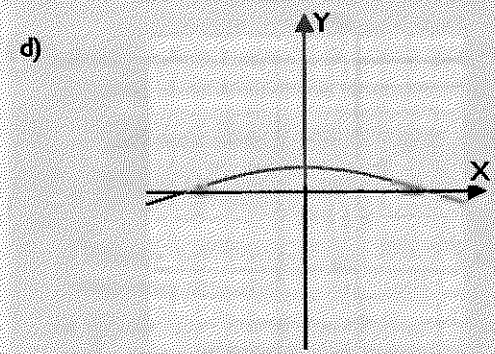
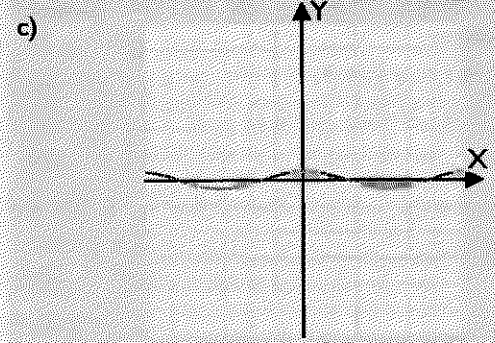
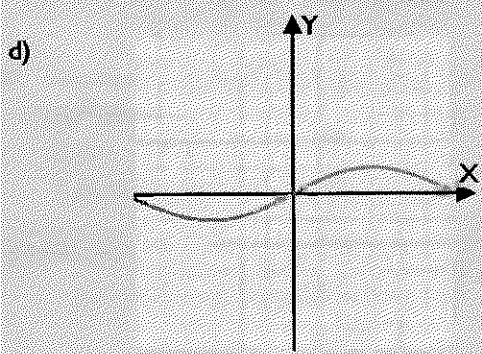
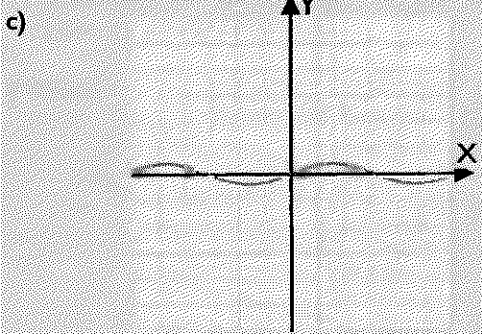
b)  $y = \text{sen } 2x$

c)  $y = \frac{1}{2} \text{ sen } x$

d)  $y = \text{sen } \frac{x}{2}$

**Solución:**





**67.** Dibuja las siguientes funciones:

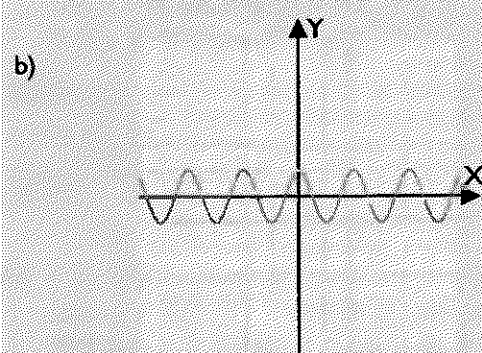
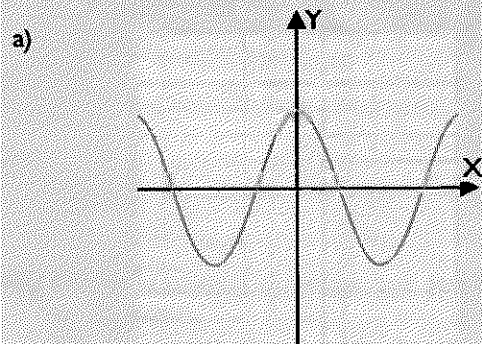
a)  $y = 3 \cos x$

b)  $y = \cos 3x$

c)  $y = \frac{1}{3} \cos x$

d)  $y = \cos \frac{x}{3}$

**Solución:**

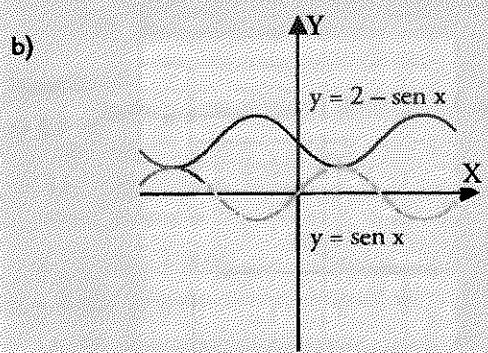
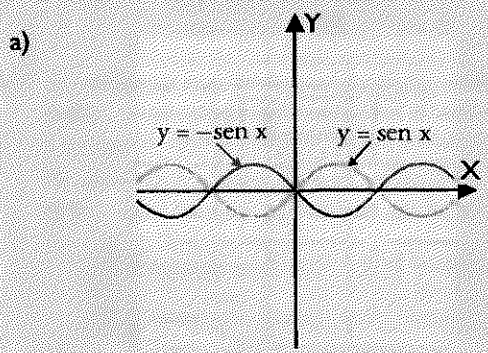


**68.** Dibuja las siguientes funciones a partir de  $y = \text{sen } x$ .

a)  $y = -\text{sen } x$

b)  $y = 2 - \text{sen } x$

**Solución:**

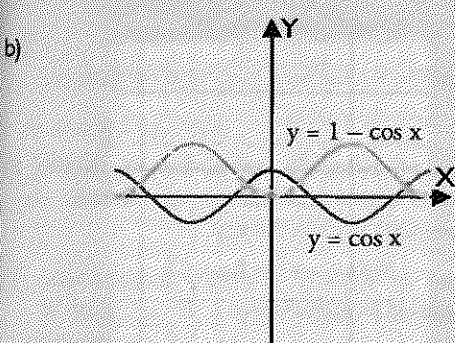
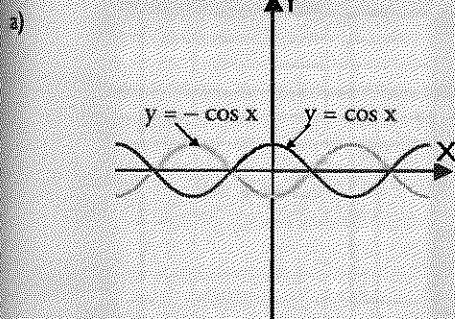


69. Dibuja las siguientes funciones a partir de  $y = \cos x$ :

a)  $y = -\cos x$

b)  $y = 1 - \cos x$

**Solución:**



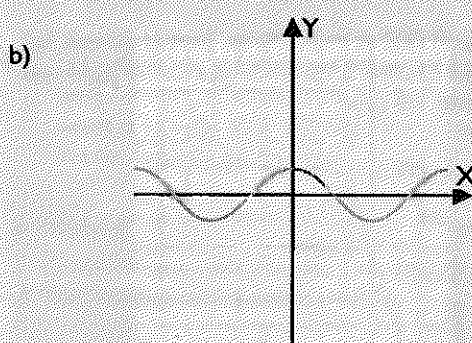
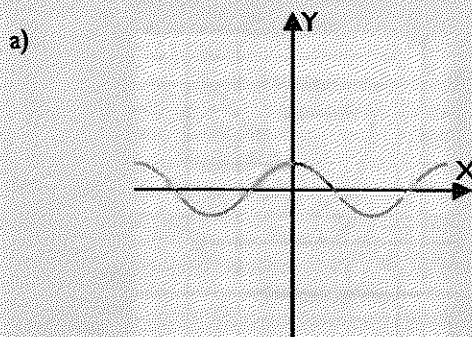
70. Dibuja las siguientes funciones:

a)  $y = \cos x$

b)  $y = \sin(x + \pi/2)$

¿Qué observas?

**Solución:**



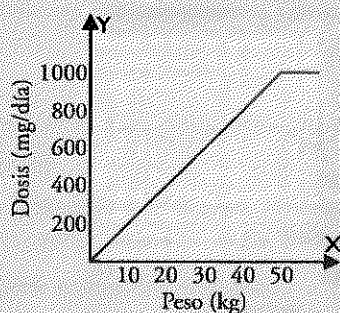
Se observa que son la misma gráfica, luego:  
 $\cos x = \sin(x + \pi/2)$

## Problemas

71. La dosis habitual recomendada de un determinado antibiótico para niños es de 20 mg por kilogramo de peso al día, sin sobrepasar los 1000 mg al día. Escribe la función que da la cantidad de antibiótico que se debe suministrar en función del peso. Representa la gráfica.

**Solución:**

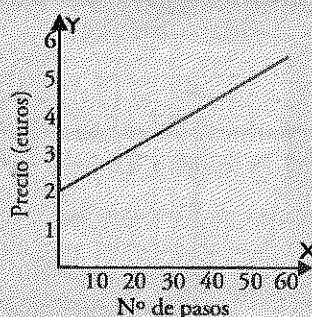
$$D(x) = \begin{cases} 20x & \text{si } x \leq 50 \\ 1000 & \text{si } x > 50 \end{cases}$$



72. Un taxi cobra 2 € por bajada de bandera y 0,06 € por cada salto de contador. Escribe la fórmula de la función que da el precio de una carrera, en función de los saltos del contador y representa su gráfica.

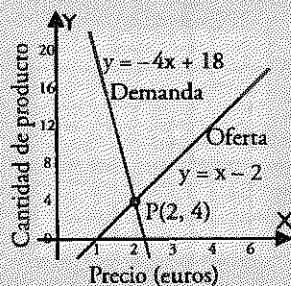
**Solución:**

$$D(x) = 2 + 0,06x$$



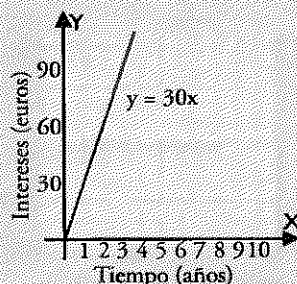
73. Una empresa ha realizado un estudio para determinar las funciones de oferta y de demanda de un producto en función del precio de venta,  $x$ . La función de oferta es  $y = x - 2$ , y la de demanda es  $y = -4x + 18$ . Representa dichas funciones y halla el punto de equilibrio.

**Solución:**



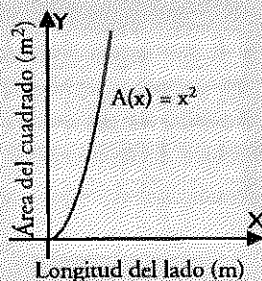
74. Se depositan 1 000 € a un 3% de interés simple durante un año. Escribe la fórmula que da los intereses en función del tiempo.

**Solución:**



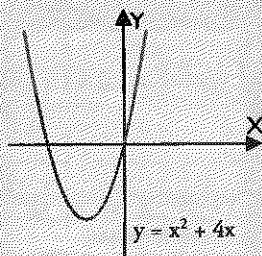
75. Halla el área de un cuadrado en función del lado. Representala gráficamente.

**Solución:**



76. Expresa la fórmula que da el producto de dos números que se diferencian en 4 unidades. Representa su gráfica.

**Solución:**



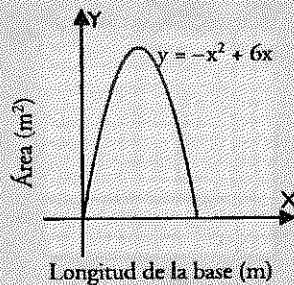
77. Con 12 metros de moldura se desea decorar una puerta formando un rectángulo.

- Escribe la fórmula que expresa el área de dicho rectángulo en función del lado  $x$
- Representa la función.
- Determina las dimensiones del rectángulo que hacen el área máxima.

**Solución:**

a)  $A(x) = x(6 - x)$

b)



c) Un cuadrado de 3m de lado con un área de 9 m<sup>2</sup>

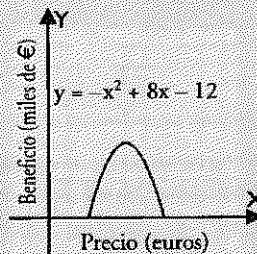
78. El beneficio, en miles de euros, que se obtiene al vender a  $x$  € una unidad de un determinado producto viene dado por la fórmula

$$B(x) = -x^2 + 8x - 12$$

- Representa la función  $B(x)$
- Determina el precio al que hay que vender el producto para obtener el máximo beneficio.

**Solución:**

a)



b) A 4 €

79. Un empleado cobra en su sueldo una cantidad fija y una parte variable que depende de las horas trabajadas. Un mes que ha trabajado 140 horas, ha cobrado 1050 €. Otro mes que trabaja 115 horas, cobra 960 € ¿Cuánto cobrará si trabaja durante un mes 125 horas.

**Solución:**

$$y = mx + b$$

$$140m + b = 1050$$

$$115m + b = 960$$

$$m = 18/5, b = 546$$

$$y = 18x/5 + 546$$

$$x = 125 \text{ h} \Rightarrow y = 996 \text{ €}$$

80. En la siguiente tabla se recogen las temperaturas corporales que una persona tiene, en función del tiempo transcurrido después de tomar 600 mg de paracetamol:

x; tiempo (horas)	0	2	4
y; temperatura (°C)	39	37	39

- a) Calcula la fórmula de la parábola que pasa por los tres puntos.  
 b) Calcula el valor de la temperatura corporal a la hora de tomar el medicamento.

**Solución:**

$$a) y = ax^2 + bx + c$$

$$\left. \begin{array}{l} c = 39 \\ 4a + 2b + c = 37 \\ 16a + 4b + c = 39 \end{array} \right\}$$

$$a = 1/2, b = -2, c = 39$$

$$y = x^2/2 - 2x + 39$$

$$b) x = 0 \Rightarrow y = 39 \text{ °C}$$

81. Una máquina envasa un pedido de latas de tomate en 8 horas. Se ponen varias máquinas idénticas a trabajar.

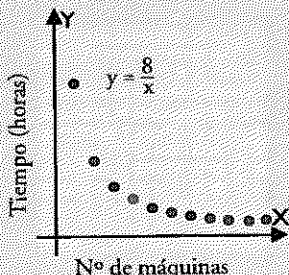
- a) Halla la función que expresa el tiempo de envasado en función del número de máquinas.  
 b) Identifica la función obtenida.  
 c) Representa gráficamente dicha función.

**Solución:**

$$a) y = \frac{8}{x}$$

- b) Función de proporcionalidad inversa.

c)



82. Para recoger los higos de una finca, una persona tarda 60 horas.

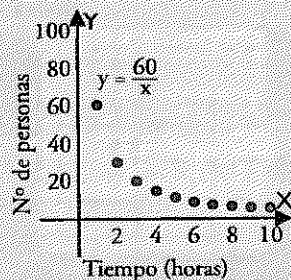
- a) Halla la función que expresa el número de personas en función del número de horas.  
 b) Identifica la función obtenida.  
 c) Representa gráficamente dicha función.

**Solución:**

$$a) y = \frac{60}{x}$$

- b) Función de proporcionalidad inversa.

c)



83. Un cultivo de bacterias se reproduce de forma que, cada minuto, el número de bacterias se duplica. Expresa la función que representa el número de bacterias en función del tiempo.

**Solución:**

Suponiendo que inicialmente haya una bacteria y siendo  $x$  el tiempo en minutos:  $y = 2^x$

84. Se deposita un capital de 6000 € al 10% anual, de manera que los intereses se acumulan al capital. Expresa la función que da el capital acumulado en función del tiempo.

**Solución:**

$$C = 6000 \cdot 1,1^t$$

**Para profundizar**

85. ¿Puede tener una función polinómica de cuarto grado solo un mínimo? Pon un ejemplo.

**Solución:**

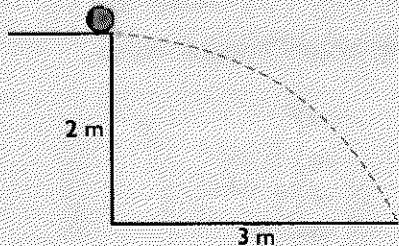
Sí, la función potencial:  $y = x^4$

86. ¿Puede existir una función polinómica de tercer grado que no tenga ni máximo ni mínimo? Pon un ejemplo.

**Solución:**

Sí, la función potencial:  $y = x^3$

87. Una pelota rueda desde una altura de 2 m y cae al suelo a 3 m de distancia. Calcula la fórmula de la curva que sigue al caer.



**Solución:**

$$y = -2x^2/9 + 2$$

88. Se sabe que la población de una localidad ha evolucionado según los datos de la tabla:

Tiempo (años)	1999	2001
N° habitantes	4050	3900

- a) Calcula por extrapolación lineal el número de habitantes en el año 2003  
 b) Si resultó que en el año 2003 la población real fue de 3900 habitantes, ¿cuál fue el error cometido?

**Solución:**

$$y = mx + b$$

$$1999m + b = 4050$$

$$2001m + b = 3900$$

$$m = -75, b = 153975$$

$$y = -75x + 153975$$

- a)  $x = 2003 \Rightarrow y = 3750$  habitantes.  
 b) Error =  $3900 - 3750 = 150$  habitantes.

89. Un rectángulo tiene de área  $6 \text{ m}^2$

- a) Halla la función que expresa uno de los lados en función del otro lado.  
 b) Identifica la función obtenida.  
 c) Representa gráficamente dicha función.

**Solución:**

$$a) y = \frac{6}{x}$$

- b) Función de proporcionalidad inversa.

c)

