IES LAS LAGUNAS.Mijas

Curso 2017/2018 Departamento de Matemáticas

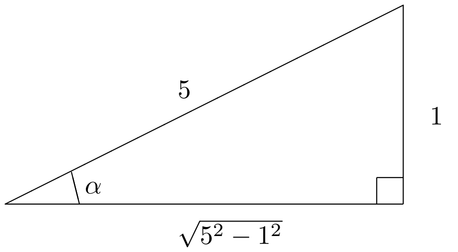
Ejercicios de trigonometría

1. Ejercicios donde nos dan una razón trigonométrica y hemos de calcular las restantes.Normalmente se usan las fórmulas trigonométricas para resolverlas,o bien, expresando el valor de la razón como cociente y representarlo en un triángulo rectángulo(hay que tener en cuenta el signo de las razones según el cuadrante donde esté,sino se especifica cuadrante puede haber más de una solución.

   Ejemplo1.Sabiendo que sen$\alpha = 0{,}2 = \frac{1}{5}$ y $\alpha \epsilon I(0^{\text{o}} < \alpha < 90^{\text{o}})$ (ángulo en primer cuadrante),calcular las restantes razones.

   Usando la fórmula fundamental 1=sen$^2\alpha + cos^2\alpha$, cos$^2\alpha = 1 - \frac{1}{25}$, cos$\alpha = \pm\sqrt{\frac{24}{25}} = \pm\frac{2\sqrt{6}}{5}$, pero como dice que $\alpha \epsilon I$,el coseno debe ser positivo , lo cual cos$\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$. Calculemos las restantes:tag$\alpha = \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$ cosc$\alpha = 5$ sec$\alpha = \frac{5}{2\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$ cotg$\alpha = 2\sqrt{6}$.

   Una segunda forma: dibujamos un triángulo rectángulo y usamos Pitágoras

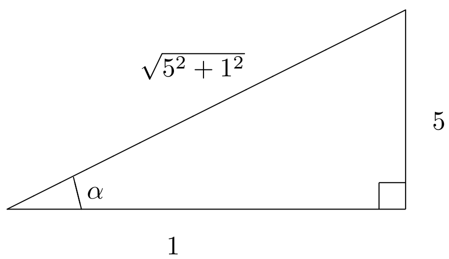


   sen$\alpha = \frac{1}{5}$

   $\cos\alpha = \frac{\sqrt{24}}{5}$

   Ejemplo2.Si tan$\alpha = 5$ y $\alpha \epsilon III$ $(\pi < \alpha < 3\pi/2)$.Calcular las otras razones.Obviamente cotan$\alpha = \frac{1}{5}$.Usamos la fórmula 1+tan$^2\alpha = sec^2\alpha$, así pues sec$\alpha = \pm\sqrt{26}$ (razón inversa del coseno,y tiene su mismo signo) como estamos en el tercer cuadrante,el coseno es negativo,con lo cual sec$\alpha = -\sqrt{26}$ y cos$\alpha = \frac{-1}{\sqrt{26}}$, como $\frac{sen\alpha}{cos\alpha} = tan\alpha$, sen$\alpha = \frac{-5}{\sqrt{26}}$, cosc$\alpha = -\frac{\sqrt{26}}{5}$

   Una segunda forma: dibujamos un triángulo rectángulo y usamos Pitágoras.La tangente representa la relación entre los dos catetos,en este caso un cateto es cinco veces mayor que el otro,podemos tomar uno de ellos como unidad y el otro como cinco.



   tan$\alpha = 5$

   $\text{sen}\,\alpha = \frac{5}{\sqrt{26}}$

   En esta segunda forma hay que poner después los signos correctos a las razones puesto que estamos calculando valores absolutos de dichas razones en un triángulo sin tener en cuenta el cuadrante donde se encuentra el ángulo

2. Ejercicios donde nos dan el valor del ángulo y hemos de calcular las razones de dicho ángulo.Estos ejercicios se resuelven , o bien pasando los ángulo a su equivalente en el primer cuadrante,o bien,utilizando las propiedades de ángulos complementarios ,suplementarios y opuestos.(que viene a ser lo mismo)

   Ejemplo1.Calcular las razones de 135º.Tenemos en cuenta que sen (180º-α)=senα.Con ello sen135º=sen(180º-45º)=sen45º=$\frac{\sqrt{2}}{2}$ cos45º=$\frac{-\sqrt{2}}{2}$. A partir de estas ya calculamos las restantes.

   Ejemplo2.Razones de 330º. 330º$\equiv -30$º, así sen(-30º)=-sen30º=$\frac{-1}{2}$ y cos(-30º)=cos(30º)=$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. Ecuaciones trigonométricas.La incognita suele aparecer en el argumento.Un método de resolverlas es intentar llegar a una igualdad con una sola razón trigonométrica.

   Ejemplo1. Resolver la ecuación sen$^2x - cos^2x = \frac{1}{2}$. En primer lugar vamos a convertir la expresión en senos o en cosenos usando la fórmula fundamental.

   1-cos$^2x - cos^2x = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} = 2cos^2x$, cos$^2x = \frac{1}{4}$, cosx=$\pm\frac{1}{2}$, de aquí cosx=$\frac{1}{2}\rightarrow \begin{cases} x_1 = 60^{\text{o}} + 360^{\text{o}}k \\ x_2 = 300^{\text{o}}+360^{\text{o}}\text{k} \end{cases}$, cosx=$\frac{-1}{2}\rightarrow \begin{cases} x_1 = 120^{\text{o}} + 360^{\text{o}}k \\ x_2 = 240^{\text{o}} + 360^{\text{o}}k \end{cases}$ donde k es un número entero que representa las vueltas.Nota , ambas soluciones se pueden unificar en esta sola $\begin{cases} x_1 = 60^{\text{o}} + 180k \\ x_2 = 120^{\text{o}} + 180k \end{cases}$

Ejemplo2. sen2x=cos60º. Entonces sen2x=$\frac{1}{2}$, de donde 2x=$\begin{cases} 30^{\text{o}}+360^{\text{o}}\text{k} \\ 150^{\text{o}}+360^{\text{o}}\text{k} \end{cases}$,entonces x=$\begin{cases} 15^{\text{o}}+180^{\text{o}}\text{k} \\ 75^{\text{o}}+180^{\text{o}}\text{k} \end{cases}$

4. Comprobación de identidades trigonométricas o simplificación de expresiones.

Ejemplo1.Simplificar senx$\cdot\frac{1}{tanx}$, vamos a ello ,como $\frac{1}{tanx} = \frac{cosx}{senx}$ la expresión inicial queda como $senx \cdot \frac{cosx}{senx}$ con esto simplificando por senx, resulta $\cancel{senx} \cdot \frac{cosx}{\cancel{senx}} = cosx$

Ejemplo2.Simplificar la expresión $\frac{cos^2x - sen^2x}{cos^4x - sen^4x}$

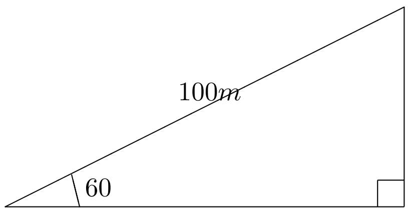
Usando las expresiones notables $\frac{cos^2x - sen^2x}{(cos^2x - sen^2x)(cos^2x + sen^2x)} = \frac{\cancel{(cos^2x - sen^2x)}}{\cancel{(cos^2x - sen^2x)}(cos^2x + sen^2x)} = \frac{1}{cos^2x + sen^2x} = \frac{1}{1} = 1$

Ejemplo3.Comprobar que $\frac{1 - sen\beta}{cos\beta} = \frac{cos\beta}{1 + sen\beta}$. Como es un ejercicio de simple comprobación, se entiende que la igualdad es cierta, y si dos fracciones son iguales (equivalentes) debe ocurrir que numerador de una por denomiandor de la otra de lo mismo que numerador de esta por denominador de la primera (sin rodeos, multiplicando en cruz).Pues,eso...(1-senβ)$(1 + sen\beta) \overset{identidad}{=}_{notable} (1 - sen^2\beta) \overset{F.fundamental}{=} \cos^2\beta$

Ejemplo4.Comprobar que $\frac{senx + ctgx}{tgx + cosecx} = cosx$. Desglosando el primer miembro en senos y cosenos y , realizando las oportunas operaciones llegaremos al resultado esperado.

5. Resolución de Triángulos.

Ejemplo1.Una cometa está unida al suelo por un hilo tirante que forma un ángulo de 60º con la horizontal.¿A qué altura está la cometa del suelo?



$h = altura$

$$\text{sen}\,60 = \frac{cateto - opuesto}{hipotenusa} = \frac{h}{100}$$