$$\begin{cases} x + y = 55 \\ 4x + 2y = 170 \end{cases}$$

3. Paso. Resolver el sistema.
Lo resuelvo por ejemplo por reducción.

1º Elijo la incógnita x.

2º Para que tengan coeficientes opuestos multiplico la primera ecuación por (-4)

$$\begin{cases} -4x - 4y = -220 \\ 4x + 2y = 170 \end{cases}$$

3º Sumando las dos ecuaciones

$$\begin{array}{rr} & -4x - 4y = -220 \\ + & \underline{4x + 2y = 170} \\ & -2y = -50 \end{array} \qquad y = 25$$

4º Se sustituye en una ecuación $x + 25 = 55$
$x = 30$

$$\boxed{\text{Solución} \quad (x = 30,\ y = 25)}$$

Ahora se comprueba que es correcta la solución:

1º Entre todos los vehículos suman 55. Efectivamente 30+25 =55
2º El número de ruedas es 170. Efectivamente $30 \cdot 4 + 2 \cdot 25 = 120 + 50 = 170$.

2. Dos kilos de plátanos y tres de peras cuestan 7,80 euros. Cinco kilos de plátanos y cuatro de peras cuestan 13,20 euros. ¿A cómo está el kilo de plátanos y el de peras?

Este problema es un problema tipo que aparece muchas veces variando el enunciado.

1. Paso. Se eligen las incógnitas que coinciden con lo que nos preguntan: "¿A cómo está el kilo de peras y el de plátanos?"

x = precio del kg de plátanos
y = precio del kg de peras

2. Paso. Se plantean las dos ecuaciones.
1ª Ecuación
Dos kilos de plátanos y tres de peras cuestan 7,80 euros $2x + 3y = 7,80$

2ª Ecuación
Cinco kilos de plátanos y cuatro de peras cuestan 13,20 euros $5x + 4y = 13,20$

El sistema es el siguiente:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7{,}80 \\ 5x + 4y = 13{,}20 \end{cases}$$

3. Paso. Resolver el sistema.
Lo resuelvo por ejemplo por reducción.

1º Elijo la incógnita x.

2º Para que tengan coeficientes opuestos multiplico la primera ecuación por -5 y la segunda por 2

$$\begin{cases} -10x - 15y = -39 \\ 10x + 8y = 26{,}4 \end{cases}$$

3º Sumando las dos ecuaciones

$$\begin{array}{rl} & -10x - 15y = -39 \\ + & \underline{10x + 8y = 26{,}4} \\ & -7y = -12{,}6 \qquad y = 1{,}8 \end{array}$$

4º Se sustituye en una ecuación

$2x + 3\cdot 1{,}8 = 7{,}80$

$2x = 7{,}80 - 5{,}4 \qquad x = 1{,}2$

$$\boxed{\text{Solución} \quad (x = 1{,}2 \;,\; y = 1{,}8)}$$

Ahora se comprueba que es correcta la solución:

Dos kilos de plátanos y tres de peras cuestan 7,80 euros
$2\cdot 1{,}2 + 3\cdot 1{,}8 = 2{,}4 + 5{,}4 = 7{,}8$ Bien

Cinco kilos de plátanos y cuatro de peras cuestan 13,20 euros

$5\cdot 1{,}2 + 4\cdot 1{,}8 = 6 + 7{,}2 = 13{,}20$ Bien

3. En un corral hay gallinas y conejos. En total hay 14 cabezas y 38 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en el corral?

Resolución. Este problema tiene el mismo planteamiento que el problema 1

1. Paso. Se eligen las incógnitas
x = número de gallinas
y = número de conejos

2. Paso. Se plantean las dos ecuaciones.
1ª Ecuación (cabezas)
Como hay 14 cabezas en total $x + y = 14$

2ª Ecuación (Patas)

Hay 38 patas entre todos los animales. Una gallina tiene 2 patas luego x gallinas tendrán 2x patas. Un conejo tiene 4 patas luego y conejos tendrán 4y patas. En definitiva la ecuación que da el total de patas es: $2x + 4y = 38$

El sistema es el siguiente:

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ 2x + 4y = 38 \end{cases}$$

3. Paso. Resolver el sistema. Por sustitución por ejemplo.

$x = 14 - y$
Sustituyo en la 2ª ec. $2\cdot(14-y) + 4y = 38$
$28 - 2y + 4y = 38$
$2y = 10 \qquad y = 5$
Calculo la otra incógnita $x = 14-5 \quad x = 9$

$$\boxed{\text{Solución} \quad (x = 9,\ y = 5)}$$

Ahora se comprueba que es correcta la solución:

1º Entre todos los animales suman 14. Efectivamente 5+9 =14
2º El número de patas es 38. Efectivamente $2 \cdot 9 + 4 \cdot 5 = 18 + 20 = 38$.

4. He comprado un DVD y me ha costado 105 euros. Lo he pagado con 12 billetes de dos tipos, de 5 euros y de 10 euros. ¿Cuántos billetes de cada clase he entregado?

El planteamiento de este problema es igual que el del problema número dos.

1. Se eligen las incógnitas

x = billetes de 5 euros
y = billetes de 10 euros

2. Se plantean las dos ecuaciones.
1ª Ecuación (billetes)
Utiliza 12 billetes en total $x + y = 12$

2ª Ecuación (dinero)
Le cuesta 105 euros $5x + 10y = 105$

El sistema es el siguiente:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 5x + 10y = 105 \end{cases}$$

3. Paso. Resolver el sistema.

Lo resuelvo por ejemplo por sustitución
x = 12 – y
Sustituyendo $5\cdot(12 - y) + 10y = 105$
$60 - 5y + 10y = 105$
$5y = 45 \qquad y = 9$
$x = 12 - 9 = 3$

Solución (x = 3 , y = 9)

Ahora se comprueba que es correcta la solución:

Son 12 billetes en total
3 + 9 = 12 Bien

Paga 105 euros con esos billetes
$3\cdot5 + 9\cdot10 = 15 + 90 = 105$ Bien

5. Un fabricante de bombillas gana 0,3euros por cada bombilla que sale de la fábrica, pero pierde 0,4 euros por cada una que sale defectuosa. Un día en el que fabricó 2100 bombillas obtuvo un beneficio de 484,4 euros. ¿Cuántas bombillas buenas y cuántas defectuosas fabrico ese día?

Este problema es similar al anterior en planteamiento pero cambia un detalle.

1. Se eligen las incógnitas

x = número de bombillas buenas
y = número de bombillas defectuosas

2. Se plantean las dos ecuaciones.
1ª Ecuación (bombillas)
Se fabricaron 2100 bombillas en total $x + y = 2100$

2ª Ecuación (beneficio = ganancia - pérdida)
Se obtiene un beneficio de 484,4 euros $0{,}3x - 0{,}4y = 484{,}4$

El sistema es el siguiente:

$$\begin{cases} x + y = 2100 \\ 0{,}3x - 0{,}4y = 484{,}4 \end{cases}$$

3. Paso. Resolver el sistema.
Lo resuelvo por ejemplo por sustitución
x = 2100 – y
Sustituyendo $0{,}3\cdot(2100 - y) - 0{,}4y = 484{,}4$
$630 - 0{,}3y - 0{,}4y = 484{,}4$

$$- 0{,}7y = 145{,}6$$
$$y = 208$$

$$x = 2100 - 208 = 1892$$

$$\boxed{\text{Solución} \quad (x = 1892 \ , \ y = 208)}$$

Ahora se comprueba que es correcta la solución:

Son 2100 bombillas en total
$1892 + 208 = 2100$ Bien

El beneficio es de 484,4

$0{,}3 \cdot 1892 - 0{,}4 \cdot 208 = 567{,}6 - 83{,}2 = 484{,}4$ Bien

6. Halla dos números tales que la suma de un tercio del primero más un quinto del segundo sea igual a 13 y que si se multiplica el primero por 5 y el segundo por 7 se obtiene 247 como suma de los dos productos.

1. Se eligen las incógnitas

x = primer número
y = segundo número

2. Se plantean las dos ecuaciones.

1ª Ecuación

"La suma de un tercio del 1º más un quinto del 2º es 13" $\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y = 13$

2ª Ecuación

"Si se multiplica el 1º por 5 y el 2º por 7 se obtiene 247" $5x + 7y = 247$

El sistema es el siguiente:

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 13 \\ 5x + 7y = 247 \end{cases}$$

3. Paso. Resolver el sistema.

Lo primero es quitar denominadores en la 1ª ecuación. mcm(3,5)= 15

1ª ec. $\frac{5x}{15} + \frac{3y}{15} = \frac{195}{15}$ luego $5x + 3y = 195$

El sistema equivalente es:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 195 \\ 5x + 7y = 247 \end{cases}$$

Lo resuelvo por ejemplo por reducción.
Multiplico la 1ª ec por -1 y sumo las dos ecuaciones

$$\begin{array}{rr} & -5x - 3y = -195 \\ + & \underline{5x + 7y = 247} \\ & 4y = 52 \end{array} \qquad y = 13$$

4º Se sustituye en una ecuación $5x + 3\cdot 13 = 195$

$5x = 195 - 39$

$5x = 156 \qquad x = 31{,}2$

$$\boxed{\text{Solución} \quad (x = 31{,}2\ ,\ y = 13)}$$

Ahora se comprueba que es correcta la solución:

"La suma de un tercio del 1º más un quinto del 2º es 13"

$\frac{1}{3}31{,}2 + \frac{1}{5}13 = 10{,}4 + 2{,}6 = 13$ Bien

"Si se multiplica el 1º por 5 y el 2º por 7 se obtiene 247"

$5\cdot 31{,}2 + 7\cdot 13 = 156 + 91 = 247$ Bien

7. El perímetro de un rectángulo es 64cm y la diferencia entre las medidas de la base y la altura es 6cm. Calcula las dimensiones de dicho rectángulo.

1. Se eligen las incógnitas
x = medida de la base
y = medida de la altura

2. Se plantean las dos ecuaciones.

1ª Ecuación
"El perímetro es 64cm" $2x + 2y = 64$

2ª Ecuación
"La diferencia entre la base y la altura es 6cm" $x - y = 6$

El sistema es el siguiente:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 64 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

3. Resolver el sistema.
Lo resuelvo por ejemplo por reducción.

Multiplico la segunda ecuación por 2 y sumo las dos ecuaciones

$$\begin{array}{rl} & 2x + 2y = 64 \\ + & \underline{2x - 2y = 12} \\ & 4x = 76 \qquad x = 19 \end{array}$$

Se sustituye en una ecuación $19 - y = 6$
$y = 13$

$$\boxed{\text{Solución} \quad (x = 19,\ y = 13)}$$

Ahora se comprueba que es correcta la solución:

"El perímetro es 64cm" $2 \cdot 19 + 2 \cdot 13 = 38 + 26 = 64$ Bien

"La diferencia entre la base y la altura es 6cm" $19 - 13 = 6$ Bien

8. La edad de Manuel es el doble de la edad de su hija Ana. Hace diez años, la suma de las edades de ambos era igual a la edad actual de Manuel. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

1. Se eligen las incógnitas
x = edad actual de Manuel
y = edad actual de Ana

2. Se plantean las dos ecuaciones.

1ª Ecuación
"La edad de Manuel es el doble de la edad de su hija Ana " $x = 2y$

2ª Ecuación
"Hace diez años, la suma de las edades de ambos era igual a la edad actual de Manuel"
$x - 10 + y - 10 = x$

El sistema es el siguiente:

$$\begin{cases} x = 2y \\ x - 10 + y - 10 = x \end{cases}$$

3. Resolver el sistema.

De la 2ª ecuación se obtiene: $x - x + y = 20$ luego $y = 20$

Sustituyendo en la primera $x = 2 \cdot 20$ $x = 40$

Solución ($x = 40$, $y = 20$)

Ahora se comprueba que es correcta la solución:

"La edad de Manuel es el doble de la edad de su hija Ana " $40 = 2 \cdot 20$ Bien

"Hace diez años, la suma de las edades de ambos era igual a la edad actual de Manuel"
$40 - 10 + 20 - 10 = 40$ Bien

9. José dice a Eva: "Mi colección de discos compactos es mejor que la tuya ya que si te cedo 10 tendríamos la misma cantidad". Eva le responde: "Reconozco que llevas razón. Solo te faltan 10 para doblarme en número". ¿Cuántos discos tiene cada uno?

1. Se eligen las incógnitas
x = Discos que tiene José
y = Discos que tiene Eva

2. Se plantean las dos ecuaciones.

1ª Ecuación
"Si José cede 10 a Eva tienen la misma cantidad " $x - 10 = y + 10$

2ª Ecuación
"A José le faltan 10 para tener el doble de discos que Eva" $x + 10 = 2y$

El sistema es el siguiente:

$$\begin{cases} x - 10 = y + 10 \\ x + 10 = 2y \end{cases}$$

3. Resolver el sistema. Por sustitución

De la 1ª ecuación despejando x se obtiene: $x = y + 20$

Sustituyendo en la 2ª la x se tiene $y + 20 + 10 = 2y$ luego $y = 30$

El valor de x será: $x = 30 + 20;$ $x = 50$

Solución ($x = 50$, $y = 30$)

Ahora se comprueba que es correcta la solución:

"Si José cede 10 a Eva tienen la misma cantidad " $50 - 10 = 40$

30 + 10 = 40 Bien

"A José le faltan 10 para tener el doble de discos que Eva" 50 + 10 = 60

2·30 = 60 Bien

10. En una fábrica de zumos se mezclan dos tipos de calidades, una de 0,5 euros/l y otra de 0,8 euros/l. ¿Cuántos litros de zumo se mezclarán de cada tipo para obtener 120 litros con un coste de 75 euros?

1. Se eligen las incógnitas

x = litros de zumo de calidad 0,5 e/l

y = litros de zumo de calidad 0,8e/l

2. Se plantean las dos ecuaciones.

1ª Ecuación (litros)

"Se obtienen 120 litros" x +y = 120

2ª Ecuación (coste)

"La mezcla tiene un coste de 75 euros" 0,5x +0,8y = 75

El sistema es el siguiente:

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ 0{,}5x + 0{,}8y = 75 \end{cases}$$

3. Resolver el sistema. Por sustitución

De la 1ª ecuación despejando x se obtiene: x = 120 - y

Sustituyendo en la 2ª la x se tiene 0,5·(120-y) + 0,8y = 75

60 – 0,5y + 0,8y = 75

0,3y = 15

y = 50

El valor de x será: x = 120 - y ; x = 120 – 50 , x = 70

Solución (x = 70 , y = 50)

Ahora se comprueba que es correcta la solución:

"Se obtienen 120 litros" 70 + 50 = 120 Bien

"La mezcla tiene un coste de 75 euros" 0,5·70 + 0,8·50 =35 + 40 = 75 Bien

11. Laura ha comprado un abrigo que estaba rebajado un 15%. Irene ha comprado otro abrigo 25 euros mas caro, pero ha conseguido una rebaja del 20 % , con lo que solo ha pagado 8 euros más que Laura. ¿Cuál era el precio de cada abrigo?

1. Se eligen las incógnitas
x = Precio del abrigo de Laura sin rebaja
y = Precio del abrigo de Irene sin rebaja

2. Se plantean las dos ecuaciones.

1ª Ecuación (Precios sin rebaja)

"El abrigo de Irene es 25 euros más caro que el de Laura " $y = x + 25$

2ª Ecuación (Lo que paga cada una con descuento)

El abrigo de Laura tenía un descuento del 15% luego realmente lo que ella paga es el 85%. Paga 0,85x

El abrigo de Irene tenía un descuento del 20% luego realmente lo que ella paga es el 80%. Paga 0,80y

Con estos descuentos Irene paga 8 euros más que Laura, luego la ecuación queda:

$$0{,}8y = 0{,}85x + 8$$

El sistema es el siguiente:

$$\begin{cases} y = x + 25 \\ 0{,}8y = 0{,}85x + 8 \end{cases}$$

3. Resolver el sistema. Por sustitución

Sustituyendo en la 2ª la y se tiene

$0{,}8 \cdot (x + 25) = 0{,}85x + 8$
$0{,}8x + 20 = 0{,}85x + 8$
$12 = 0{,}05x$
$x = 240$ euros cuesta el abrigo de Laura sin rebaja

El valor de y será: $y = 240 + 25$; $y = 265$ euros cuesta el abrigo de Irene sin rebaja

$$\boxed{\text{Solución} \quad (x = 240 ,\ y = 265)}$$

Ahora se comprueba que es correcta la solución:

"El abrigo de Irene es 25 euros más caro que el de Laura "

Efectivamente el de Irene cuesta 245 euros, 25 euros mas que el de Laura que cuesta 240.

"Irene paga 8 euros más que Laura"

0,8·265 =212 euros paga Irene
0,85· 240 = 204 euros paga Laura. Luego efectivamente Irene ha pagado 8 euros más.

12. Un empresario quiere distribuir una gratificación entre sus empleados. Se da cuenta de que si da a cada uno 80 euros le sobran 20 euros y si da a cada uno 90 euros le faltan 40 euros. ¿Cuántos empleados tiene?, ¿Cuánto dinero tiene para repartir?

1. Se eligen las incógnitas
x = nº de empleados
y = dinero para repartir

2. Se plantean las dos ecuaciones.

1ª Ecuación
"Si da a cada uno 80 euros le sobran 20 euros" 80x +20 = y

2ª Ecuación
"Si da a cada uno 90 euros le faltan 40 euros" 90x - 40 = y

El sistema es el siguiente:

$$\begin{cases} 80x + 20 = y \\ 90x - 40 = y \end{cases}$$

3. Resolver el sistema. Por Igualación

80x + 20 = 90x - 40
60 = 10x
x = 6 empleados

El valor de y será: y = 80·6 + 20 ; y = 480 + 20 , y = 500 euros

Solución (x = 6 , y = 500)

Ahora se comprueba que es correcta la solución:

"Si da a cada uno 80 euros le sobran 20 euros"
6·80 = 480 euros , le sobran 20 para llegar a 500.

"Si da a cada uno 90 euros le faltan 40 euros"
6·90 = 540 , le faltarían 40 euros, pues solo tiene 500.